

LOSAS RETICULARES MIXTAS

Proyecto, análisis y dimensionamiento

Miguel Bozzo Ch.
Luis Bozzo R.



Editorial Reverté, S. A.

Material protegido por derechos de autor

Título de la obra:

**Losas reticulares mixtas.
Proyecto, análisis y dimensionamiento**

Miguel Bozzo Chirichigno

Ingeniero Civil

Profesor Emérito de la

Universidad Nacional de Ingeniería, Perú

Luis Bozzo Rotondo

Ingeniero Civil

Doctor por la Universidad de California en Berkeley

Profesor de la Universidad de Gerona, España

© **M. Bozzo Chirichigno, L. Bozzo Rotondo**

Propiedad de:

EDITORIAL REVERTÉ, S. A.

Loreto, 13-15, Local B

08029 Barcelona

Tel: (34) 93 419 33 36

Fax: (34) 93 419 51 89

E-mail: reverte@reverte.com

Internet: <http://www.reverte.com>

Reservados todos los derechos. La reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos, queda rigurosamente prohibida sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas por las leyes.

Edición en español

© **EDITORIAL REVERTÉ, S. A., 2003**

Impreso en España - Printed in Spain

ISBN: 84-291-2014-9

Depósito Legal: B-11227-2003

Impreso por Domingraf Impressors

Pol. Ind. Can Magarola

808100 Mollet del Vallés (Barcelona)

ÍNDICE ANALÍTICO

PREFACIO	V
-----------------	----------

CAPÍTULO 1	Introducción	1
1.0	Antecedentes	2
1.1	Losas mixtas	6
1.2	Losas reticulares mixtas	7
1.3	Características de la estructura reticular mixta	10
1.4	Comportamiento sismorresistente	14

CAPÍTULO 2	Análisis de mallas espaciales mixtas	19
2.1	Introducción	20
2.2	Análisis de losas por la teoría de la elasticidad	20
2.3	Análisis de mallas espaciales mixtas	31
2.4	Análisis por asimilación a estructuras continuas	37
2.5	Ejemplos de tridilosa modelada espacialmente	41

CAPÍTULO 3	Análisis y modelización de losas mediante elementos finitos	49
3.1	Introducción	50
3.2	Teoría de funcionales	50
3.3	El funcional de energía potencial	54
3.4	El funcional de energía complementaria y el de energía complementaria modificada	58
3.5	El funcional Reissner	59
3.6	Desarrollo de elementos finitos	66
3.7	Comparación entre EF propuestos para analizar losas	72
3.8	Modelización de losas mediante EF	82

CAPÍTULO 4	Dimensionamiento estructural	89
4.1	Introducción	90
4.2	Diseño de EEM modelada como losa equivalente	90
4.3	Diseño de la EEM modelada tridimensionalmente	110
4.4	Uniones con soldadura	115
CAPÍTULO 5	Estructura espacial mixta generalizada	119
5.1	Generalidades	120
5.2	Comportamiento de mallas espaciales mixtas generalizadas	120
5.3	Ejemplo práctico: edificio Forum 2004 en Barcelona	130
CAPÍTULO 6	Edificios con losa reticular mixta	133
6.1	Sistemas estructurales	134
6.2	Análisis sísmico comparativo de una EEM y una tradicional	136
6.3	Edificación con placas en las esquinas	142
6.4	Edificación con núcleos centrales	145
6.5	Edificios con EEM prefabricados	148
6.6	EEM con disipadores de energía	151
CAPÍTULO 7	Proyectos y realizaciones	157
7.1	Introducción	158
7.2	Proyecto set de grabación (América televisión)	158
7.3	Fábrica universal textil	167
7.4	Techo de nave industrial	174
7.5	Fábrica Knitex	176
7.6	Planta industrial cofaco	178
7.7	Coberturas poligonales	179
7.8	Coberturas esféricas	181
7.9	Edificio industrial en diente de sierra	183
7.10	Fábrica Musiris	184
7.11	Aplicaciones en edificios de varios pisos	187

7.12 Cobertura de grandes luces - hangares	188	XV
7.13 Aplicaciones de EEM en puentes	197	ÍNDICE ANALÍTICO
7.14 Losa reticular mixta postensada	201	
7.15 Iglesia de "La Alegría" en San Borja, Lima	203	
7.16 Edificio de 5 plantas con disipadores SL.....	209	

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.0	ANTECEDENTES	2
1.1	LOSAS MIXTAS	6
1.2	LOSAS RETICULARES MIXTAS	7
1.3	CARACTERÍSTICAS DE LA ESTRUCTURA RETICULAR MIXTA .	10
1.4	COMPORTAMIENTO SISMORRESISTENTE	14

1.0 ANTECEDENTES

El hormigón como mortero rudimentario formado por piedra caliza molida y vuelta a unir mediante la adición de agua es conocido desde la época de los romanos, los cuales lo empleaban en cimentaciones y en cúpulas artesonadas, como el conocido panteón de Agrippa, la bóveda más grande de la antigüedad. En algunas ocasiones incluso se han encontrado barras de hierro o maderas ubicadas de forma análoga a la “quincha” o construcción de barro y caña pre-inca de la costa de América del Sur. El empleo por los romanos de la piedra caliza molida no puede, sin embargo, considerarse como el hormigón armado en su forma actual; éste se desarrolló en Europa y se introdujo como sistema constructivo cuando se inició la producción industrial del cemento. Vicat se puede considerar el inventor del cemento artificial, en 1818, y Apsidin el primero en patentar el cemento Portland, en 1824. La primera fábrica de cemento “Portland” surge en Inglaterra en 1824, siguiendo otras en Francia en 1840. Los primeros perfiles de hierro se producen en 1847, y en 1848 se presentan las primeras tentativas de construcciones de hormigón armado.

El maestro de obras francés José Luis Lambot construyó un barco con una mezcla cementosa de 5 cm de espesor, con una armadura interior de hierro redondo unida entre sí mediante ganchos. Lambot presenta en 1855 su barco a la Exposición Universal de París y consigue la patente “Ferciment” con el objetivo de reemplazar la madera en la construcción de barcos. Como recordatorio de este origen, en Estados Unidos se realizan actualmente competiciones de carreras en lagos mediante canoas diseñadas y construidas por estudiantes de Ingeniería con este material. La geometría hidrodinámica de las canoas y la mezcla cementosa las realizan íntegramente los estudiantes.

José Monnier, jardinero de la Orangerie de Versalles, en 1849 construye macetas mediante un entramado metálico recubierto con cemento y en 1867 obtiene una patente. Posteriormente gana un concurso para el empleo del material más incombustible con una escalera de características similares. En las aplicaciones de Monnier se encuentran ya los principios que rigen el trabajo conjunto del hierro con el hormigón y en 1887 en Alemania se publican trabajos donde se precisa la ubicación de las armaduras. A manera de ejemplo ilustrativo del uso en ese entonces se incluye la foto 1 de la construcción del mamut de hormigón armado del parque de la Ciudadela, en Barcelona, España, construido en 1907 y actualmente aún en el parque.

Francisco Coignet, ingeniero francés, en 1852 formó con sus hermanos una sociedad para explotar el hormigón armado para viviendas. Con ideas claras sobre la ubicación de las armaduras, pero sin métodos de cálculo precisos, construye diversas obras: él construyó en 1861 el primer forjado de hormigón reforzado con cadenas de hierro. Posteriormente, su hijo Edmundo Coignet establece los primeros procedimientos de cálculo e inicia en 1890 importantes construcciones, como el “Chateau D’Eau” en la Exposición Universal de París de 1900.

Francisco Hennebique, en un período de tiempo similar, patenta métodos propios e introduce en las vigas los estribos y el doblado de los hierros en el empotramiento. Francia establece en 1906 el primer reglamento del hormigón armado, con la colaboración de Hennebique y Coignet. Hennebique construye un puente en Roma, en 1910, contra la opinión de diversos técnicos de la época y Boussiron construye posteriormente cubiertas parabólicas de distintas luces.

Todo nuevo material tiene formas de expresión propias y el hormigón armado no sería una excepción, y por el contrario, traería cambios profundos en la arquitectura. Así, mediante el ingeniero Augusto Perret, el hormigón se expresa en arquitectura, como se aprecia en su casa de la calle Franklin, donde los pórticos están a la vista y los muros dejan de cumplir su labor portante. De esta forma se tiene una planta más libre y flexible con fachadas de vidrio.

Entre 1909 y 1910, Le Corbusier concurre al estudio de Perret, para aprender el empleo del hormigón armado, re-interpretando su esqueleto resistente con sentido arquitectónico, lo que le permite expresar tres de sus cinco postulados: (1) libertad en la disposición de muros no portantes o de cerramiento, (2) planta libre que da forma al espacio interno, y (3) fachada libre de gran ligereza.

Robert Maillart aporta el empleo de la losa como elemento resistente propio y se aleja del esqueleto formado por el conjunto viga-pilar. En el puente Tavanasa, sobre el Rhin, la plataforma está formada por una losa plana separada en los apoyos de otra curva con sección en forma de arco y con algunas uniones verticales articuladas. En base a este nuevo material, que aporta la versatilidad de poder moldearse en obra, se avanza desde la línea resistente formada por barras a la superficie resistente formada por losas. Pilschke aportó avances similares mediante sus edificios sin vigas formados por pilares y losas con armaduras repartidas en toda su superficie.

Estas ideas, patentes y realizaciones llevan en 1928 al inicio de la precompresión en el hormigón armado con la obra, en particular, de Freyssinet y de Hoyer. La conveniencia de evitar las tracciones en el hormigón armado era clara dada su baja resistencia. Por otra parte, por su condición de piedra artificial y los innumerables ejemplos de iglesias antiguas donde se pre-comprimía la piedra mediante pesos adicionales para evitar las tracciones ocasionadas por los empujes inclinados de los arcos (por ejemplo en los extremos de los arbotantes y mediante elementos aparentemente decorativos), su búsqueda como idea era clara. Freyssinet aportó procedimientos prácticos de realización y estudió los efectos de las pérdidas diferidas de la pre-compresión debidas a los acortamientos en el tiempo del hormigón, en ese entonces totalmente desconocidos. La aplicación práctica de la pre-compresión se dio en el puente de Esbly, en Francia, sobre el río Marne, de 73 m de luz. Los avances de la metalurgia entre 1940 y 1950, la fabricación de aceros de alta resistencia y la escasez de material tras la segunda guerra mundial favorecieron su implantación práctica. En 1961, el instituto americano de la construcción en acero (AISC) incluyó por primera vez varios de los aceros de alta resistencia y baja aleación. Actualmente, la precompresión tiene una presencia muy significativa en la industria de la construcción, que va en aumento, al disminuir las armaduras necesarias y permitir cantos considerablemente menores.

Tal como se ha indicado, Robert Maillart se alejó del esqueleto lineal resistente y mostró las posibilidades de una losa de hormigón armado como elemento resistente. Sin embargo esta losa horizontal soportada en puntos limita las grandes luces. Así, el arco, grandiosa invención-necesidad de la naturaleza reinventada por la técnica, volvió a tener preponderancia. Arqueando la superficie en la forma adecuada se logró reemplazar momentos flectores por fuerzas en el plano de la lámina y surgió así la losa curva como una nueva forma de cubrir el espacio. Su lógica estructural es clara actualmente, pero debe recordarse que en ese entonces el hormigón armado estaba en sus inicios y que este avance constituyó toda una novedad en las posibilidades arquitectónicas, con los consiguientes retos técnicos.

se construye en Cataluña el puente mixto de Tordera (ver foto 3). Este puente está formado por un tablero superior de hormigón que sirve como superficie de rodadura y una triangulación bajo el tablero con variación parabólica según la ley de momentos flectores. La cabeza superior está trabajando a compresión, la inferior a tracción y las diagonales alternativamente a tracción y compresión. La sección variable del esqueleto metálico se planteó, no tanto para optimizar el acero, sino para reducir el rasante de la conexión con el hormigón (si, dada la variación de canto, las tensiones de compresión en el hormigón son constantes, el rasante que solicita los conectores es nulo). Se debe considerar que ésta fue la más importante estructura mixta de la época y la investigación de los conectores no estaba lo suficientemente desarrollada, lo cual explica la correcta cautela del autor. La sección parabólica complicó enormemente la “lanzadera” del puente, que se fabricó al lado de su ubicación final. Por la dificultad de ubicar el puente en el siguiente puente mixto y con la experiencia del anterior, E. Torroja prefirió una sección constante. El puente “TORDERA”, proyectado para el tránsito de ferrocarriles, está actualmente en funcionamiento para tránsito de vehículos.

En las grandes luces, el hormigón armado tiene la desventaja de su peso excesivo, lo que le dificulta y limita. Por ello, las ideas del ingeniero Eduardo Torroja llevan de la mano al empleo de la estructura espacial mixta, propuesta por el ingeniero mexicano Heberto Castillo en 1967. Entre las ideas originales de H. Castillo está la de formar un conjunto estructural resistente uniendo una estructura espacial metálica con dos losas de hormigón armado, a la cual llamó “TRIDILOSA”. La estructura, en el sistema propuesto, está formada por un entramado espacial metálico soldado y una o dos losas de hormigón colocadas en la capa superior de compresión e inferior a negativos.

En la década de 1960 y a partir de los trabajos de Heberto Castillo, el ingeniero Miguel Bozzo CH. empezó sus experiencias con este sistema y proyectó varios centenares de estructuras con diversas tipologías tales como losas, pórticos, arcos y cúpulas, entre otras. La estructura metálica que se debe emplear en cada caso particular variará en función de la forma y las características de la obra que se va a ejecutar. No es indispensable que ésta sea espacial, pudiendo en cada caso variar según las necesidades de la obra. Al final de este trabajo se incluirá un capítulo sobre la “Estructura Espacial Mixta Generalizada” que muestra cómo se puede variar esta malla espacial, junto con aplicaciones recientes de la misma en Europa.

Como la estructura metálica es el esqueleto fundamental de la obra, las losas de hormigón se deben agregar sólo en las zonas de compresión. Para la puesta en obra de las losas de hormigón, se emplea como soporte la misma estructura metálica y prelosas de hormigón o encofrados metálicos recuperables.

Para la correcta aplicación de las estructuras mixtas o compuestas, es indispensable asegurar un trabajo conjunto entre el esqueleto metálico y las losas de hormigón y proporcionar una adecuada adherencia entre ellos. En este trabajo se presentarán diversas soluciones, siendo la más común el embeber la malla superior en la losa de hormigón.

Por otra parte, y en base a los avances informáticos y, en particular, los elementos finitos en la década de 1980, se propuso un método de análisis para estas estructuras mixtas que permite conocer con precisión los esfuerzos generados en todos los elementos de la misma. Este método es el que se desarrollará posteriormente en este trabajo.

Finalmente se quiere hacer resaltar que las estructuras mixtas han sido ya empleadas desde hace varios años; sin embargo, dada su lógica estructural y constructiva, creemos firmemente que en los próximos años tendrán un nuevo aumento en lo referente a losas mixtas, dada su lógica estructural y constructiva y dadas las enormes posibilidades estéticas que brinda el sistema para la obtención de plantas diáfanas con pilares ubicados de forma libre, con iluminación a través de la losa, también de forma libre.

1.1 LOSAS MIXTAS

Tal como se ha indicado, el proyecto de estructuras mixtas se remonta en España al puente Tordera en la década de 1940. La lógica estructural de las soluciones mixtas es clara y, por ello, su empleo y constantes desarrollos en elementos lineales (Martínez-Calzon y Ortiz-Herrera 1978), y se cuenta también con soluciones analíticas simples desde hace muchos años (Beer 1951). Sin embargo, a pesar de sus ventajas, el proyecto de losas mixtas no ha sido paralelo al de los elementos lineales, siendo muy pocas las estructuras en esta tipología. Entre sus ventajas frente a estructuras convencionales de pórticos se puede destacar la mayor flexibilidad en la distribución de pilares en planta, su potencial disminución de canto total y la facilidad de ejecución.

Las losas convencionales, sin embargo, tienen una desventaja importante, que es su considerable incremento de peso propio y su menor resistencia frente a acciones sísmicas. Esta última desventaja se debe no sólo al aumento de peso sino a su mayor propensión a fallos frágiles tipo punzonamiento de pilares. Consecuencia de ello es que en zonas de alta sismicidad, los sistemas estructurales en base a losas reticulares no son recomendables o incluso su uso no está permitido.

Una primera tipología de losa mixta son los emparrillados planos de vigas metálicas con una losa de hormigón superior con conectores. Esta tipología permite una transferencia de cortante dúctil en los apoyos además de las ventajas propias de las soluciones mixtas, tales como simplificación del proceso constructivo y disminución de canto.

Una novedosa tipología de losa mixta corresponde a una construida por primera vez en España en 2001, desarrollada a partir de los trabajos del ingeniero M. Ollila en Finlandia. Esta tipología corresponde a una losa mixta semi-prefabricada pretensada que potencialmente requiere poco trabajo "in situ". La estructura construida con este novedoso sistema es la biblioteca para la universidad de Lleida de los arquitectos Gullichsen & Vormala, con luces de 12×12 m y cantos totales de 30 cm (L/40).

En países donde el coste constructivo es elevado, es conveniente buscar sistemas semi-prefabricados. En esta línea se ha adaptado a España el mencionado sistema finlandés que permite construir losas en un tiempo constructivo difícil de reducir y que asegura un perfecto monolitismo, tal como se demuestra en los ensayos experimentales realizados. El sistema se basa en el empleo de un "esqueleto metálico" (ver foto 4) pretensado prefabricado siguiendo los ejes de pilares y prelosas también pretensadas apoyadas en ellos. Con este sistema se pueden construir losas prácticamente sin apuntalamiento y con tiempos de ejecución similares al de su montaje. Como distancia máxima entre pilares se puede establecer los 15 m entre apoyos.

Es conocido que, en losas, las tensiones se concentran en las llamadas "franjas de pilares" en comparación a las "franjas centrales". Por ello, en estas zonas se

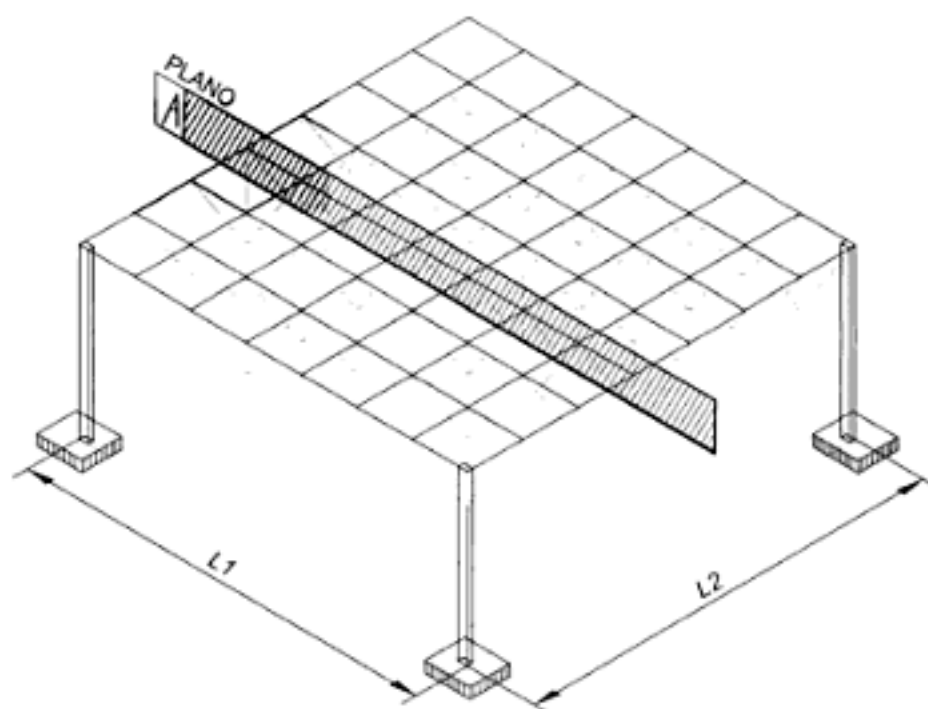


Figura 1.1 Vista isométrica de malla espacial.

¿Qué es la Estructura Espacial Mixta? La EEM es un nuevo concepto estructural ideado para reemplazar con ventaja a losas, placas y cascarones, cuando se desea cubrir luces medianas y luces grandes, así como resistir sobrecargas elevadas, en diferentes aplicaciones como edificios, puentes, naves industriales u otras estructuras arquitectónicas.

La estructura espacial tiene un comportamiento autoportante en la que los elementos que la forman trabajan bajo las condiciones más elementales, es decir, esfuerzos de tracción compresión y cortante, y los materiales que la constituyen están colocados de manera que el acero absorbe las tracciones, el hormigón las compresiones y las diagonales (de acero) alternativamente a tracción o compresión.

Recientemente, en el año 2001, se ha generalizado la EEM para simplificar el proceso constructivo en países con coste de mano de obra elevada, como España, lo que ha resultado en elementos diagonales que no sólo trabajan a esfuerzos primarios de tracción y compresión sino con flexiones significativas. Esta EEM generalizada se estudiará posteriormente en el capítulo 5 del libro, pero se puede adelantar que su aparición viene condicionada por la potencia de cálculo actual. En la EEM una de las consecuencias de la malla espacial de pirámides de base cuadrada es su posible modelización como una losa equivalente maciza, simplificando considerablemente el cálculo.

Las estructuras formadas por barras pueden tener sus extremos articulados, rigidamente unidos al resto de barras de la estructura o en una situación intermedia. Así, en el primer grupo las barras giran libremente mientras que, en el segundo, si el nudo experimenta un determinado giro, todas las barras concurrentes experimentan el mismo giro. Ejemplos de las primeras y de barras con uniones semi-rígidas se pueden encontrar en el mencionado libro de Margarit y Buxadé y su aplicación clásica son las mallas espaciales convencionales. Esta distinción, sin embargo, es más formal que práctica, dado que en una viga triangulada con barras de dimensiones similares entre sí aparecen prácticamente los mismos esfuerzos tratando los nudos como rígidos o articulados. Esta característica, y siempre en el supuesto de barras de dimensiones similares, se debe a que los momentos flectores que se originan en

1.2 Losas reticulares mixtas

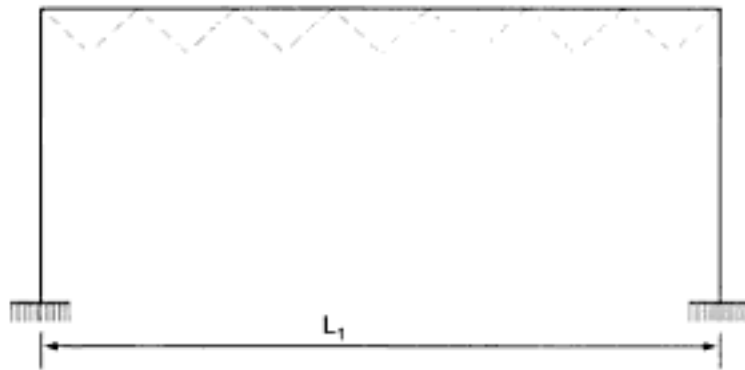


Figura 1.2 Vista del plano de corte A.

los nudos rígidos son muy pequeños en comparación con los esfuerzos axiales. Este hecho, ampliamente empleado en la era pre-informática es útil para analizar cerchas y se debe al orden de magnitud de diferencia entre las deformaciones axiales y las de flexión y a la naturaleza triangulada de la estructura. Por otra parte, su simil en el espacio sería la teoría de la membrana en láminas que sólo considera tensiones normales sin resultante a flexión.

1.2.2 Descripción del sistema

La Estructura Espacial Mixta (EEM) clásica es una estructura autoportante, formada por mallas de acero superior e inferior conectadas por diagonales, las cuales forman una pirámide de base cuadrada (ver figura 1.3). Como elementos rigidizantes se tiene una losa superior y otra losa inferior de hormigón, tal como se detalla a continuación, así como su comportamiento bajo diferentes acciones de carga. Así la EEM está constituida por:

- Un armazón metálico formado por dos mallas de acero; una es denominada superior y la otra inferior, llamadas así por su ubicación dentro del armazón metálico. Estas mallas están unidas entre sí por barras diagonales que forman pirámides de base cuadrada (ver figuras 1.3 y 1.4).
- Una o dos losas de hormigón; una ubicada en la malla superior, que vendría a formar el piso, y la otra ubicada en la malla inferior, que sería el cielo raso o falso techo.

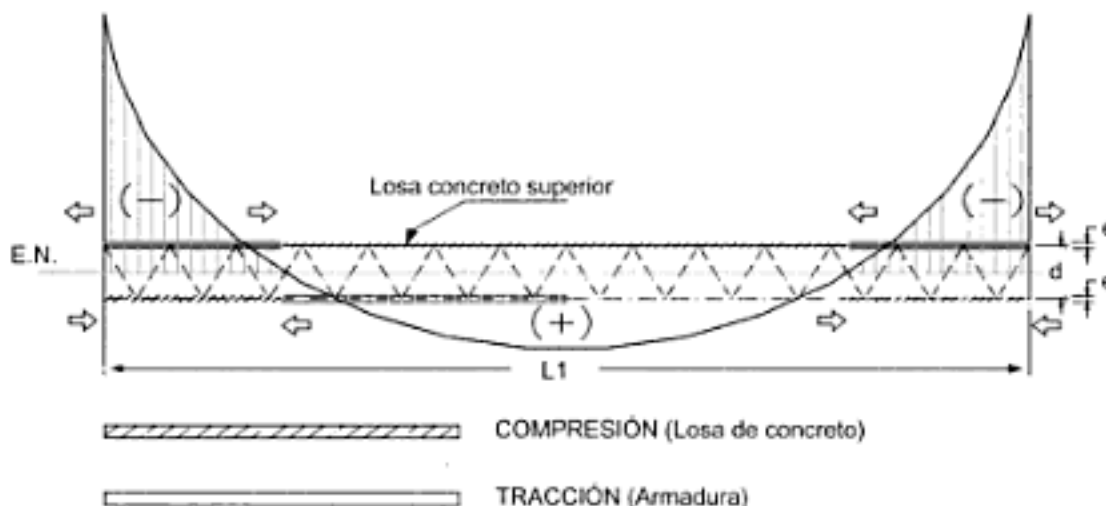


Figura 1.3 Fuerzas internas de compresión y tracción en EEM.

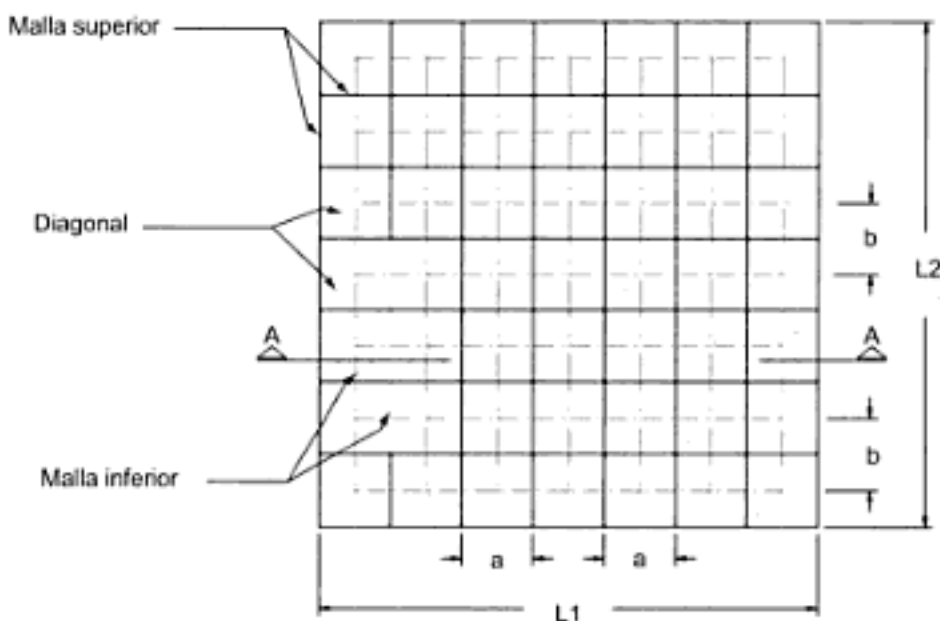


Figura 1.4 Componentes de la EEM.

En esta estructura, la transmisión de esfuerzos de las losas de hormigón superior e inferior se efectúa a través de las barras diagonales trianguladas en el espacio y empotradas en ellas, lo que permite el comportamiento tipo losa de la estructura. Así una dificultad en su cálculo es el pandeo de las piezas sometidas a compresión y un posible colapso global progresivo, ocasionado por la propia naturaleza de “pluralidad de elementos de reducida dimensión” necesarios para definir la malla espacial interior.

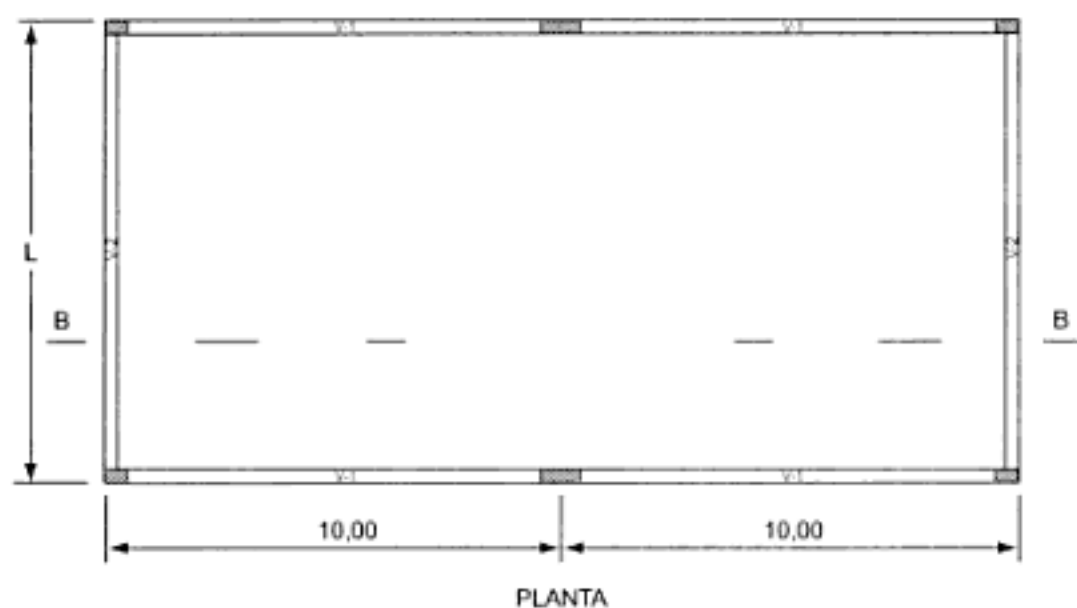
La estructura espacial consigue eliminar hasta una 60% del peso muerto de la estructura tradicional, ya que en ella, y evitando la losa inferior en tracción, no se emplea hormigón fisurado, que no trabaja. En la parte superior lleva una capa de hormigón de 5 a 7 cm de espesor aproximadamente, que sirve de elemento resistente a la compresión y hace además las veces de piso. En la parte inferior también se puede ubicar una losa que hace las veces de cielorraso y que protege del fuego y agentes agresivos a las diagonales. Una propiedad a resaltar es que al aumentar el canto, como consecuencia de las luces a cubrir, el peso de la estructura por unidad de área no aumenta significativamente. Estas y otras características se detallan a continuación.

1.3 CARACTERÍSTICAS DE LA ESTRUCTURA RETICULAR MIXTA

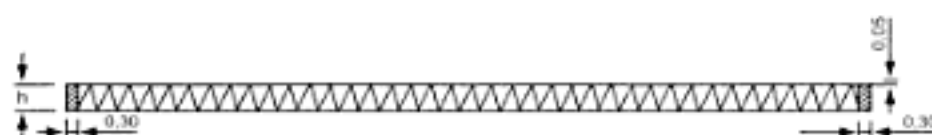
1.3.1 Aspecto técnico

1. Esta técnica ofrece la utilidad práctica de obtener estructuras más eficientes que las de hormigón armado y las de acero, pues en aquellas un 50% del hormigón se encuentra fisurado y no cumple ninguna labor portante; y, en las de acero, el pandeo por compresión y las flechas limitan la posible esbeltez de la sección. En la EEM el hormigón sólo se encuentra ubicado en zonas de compresión, por lo que desaparece este hormigón fisurado; al mismo tiempo, su gran inercia incrementa su rigidez y evita su pandeo y abolladura.
2. Proporciona, además, un aumento de la inercia de la sección sin un sensible incremento del peso muerto de la misma. La tabla 1.1 presenta el aumento del momento de inercia de la EEM ($\% \Delta I$) con el peralte (H) y su respectivo incre-

1.3 Características de la estructura reticular mixta



(a) Plano en planta empleando EEM



CORTE B - B

(b) Plano en elevación con EEM

Figura 1.6 Solución con Estructura Espacial Mixta.

El peso propio estimado de las vigas perimetrales y de la EEM se muestra en la tabla 1.3:

Tabla 1.3 Peso propio según la distancia L			
Luz Libre L (m)	10	15	20
Peralte de la EEM (cm)	40	60	70
Peso Propio (TON)	45,3	72,2	96,3

De este modo el % de reducción del peso propio del techo se muestra en la tabla 1.4:

Tabla 1.4 Porcentaje de reducción peso propio			
Luz Libre L (m)	10	15	20
% Reducción del peso propio	52	54	59

Además, al reducir las cargas solicitantes en columnas y zapatas se obtiene, naturalmente, secciones menores, lo que redundará en un menor peso global de la estructura y menores fuerzas sísmicas.

4. Amplias posibilidades arquitectónicas al no requerir vigas peraltadas y pilares intermedios, al no necesitar de la modulación tradicional con pórticos planos y aligerado, pudiéndose ubicar pilares de forma libre en planta con una iluminación flexible a través de la losa.
5. Permite pasar por el interior de la EEM las instalaciones eléctricas, sanitarias o de aire acondicionado sin necesidad del empleo de cielo rasos.
6. Posibilidad de prefabricación en planta, si el volumen de la obra lo requiere.
7. Gran resistencia a los choques, explosiones y efectos sísmicos, pues al ser una estructura espacial autoportante su apoyo es directamente sobre los pilares, y se elimina la situación peligrosamente privilegiada de la viga, la cual en caso de fallar puede ocasionar un fallo general del techo. En la EEM, sin embargo, toda la planta trabaja y esta situación de gran hiperestaticidad da una resistencia inelástica alta, siempre que se eviten fallos frágiles por punzonamiento de pilares o pandeo de diagonales.

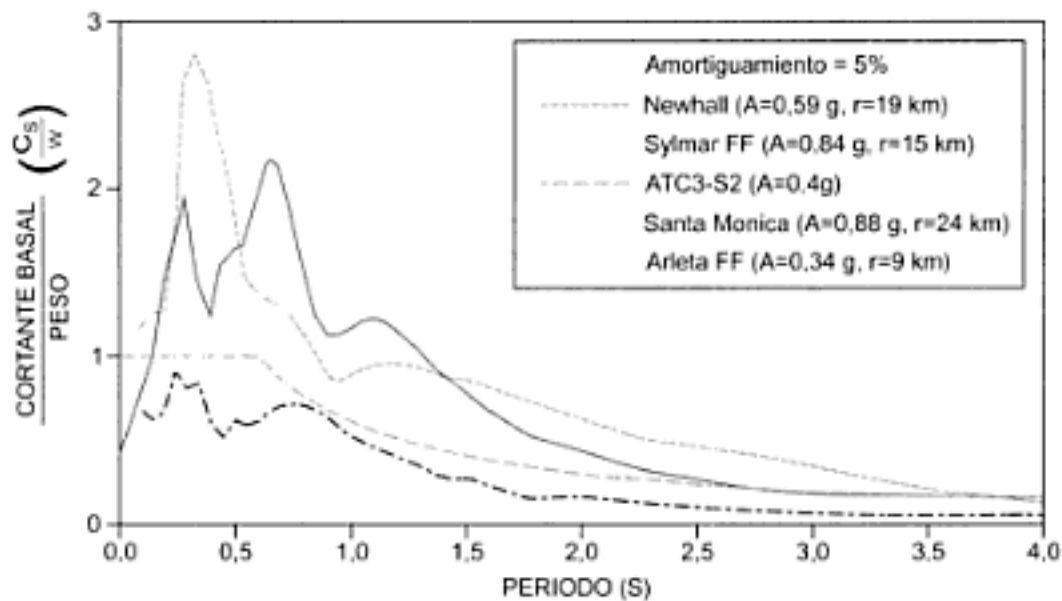
1.3.2 Aspecto económico

Se pueden citar varios factores significativos:

1. Economía general de la obra, pues se obtiene una estructura más eficiente que emplea óptimamente el acero y el hormigón, disminuyendo a la vez los esfuerzos a los que las columnas y zapatas estarán sometidos.
2. Simplificación en la construcción y eliminación de apuntalamientos provisionales, pues la misma EEM se puede utilizar como soporte de los encofrados.
3. Mejor valor de reventa, pues se adapta cómodamente a cualquier modificación de los locales, debido al menor número de columnas y/o a la posibilidad de cambiar las instalaciones eléctricas, sanitarias o de aire acondicionado con suma facilidad.
4. Reducción del plazo de construcción y de los trabajos a realizar a pie de obra.
5. Menores cargas financieras, debido a la mayor rapidez en la construcción.
6. Empleo más rentable, y en su caso, tasa de alquiler más elevada de las grandes superficies debido a la ausencia de pilares.

1.4 COMPORTAMIENTO SISMORRESISTENTE

Los sismos representan una de las solicitaciones más extremas a las que una estructura va a estar sometida en su vida útil, sin que se sepa con precisión cuándo actuará, que dirección tendrá o cual será su magnitud y constituyen, por tanto, un serio problema para los analistas de estructuras. La figura 1.7 muestra una comparación entre las fuerzas de diseño de un sismo real, como el de Northridge en California, en 1994, y las fuerzas de diseño empleadas en Estados Unidos, sin incluir la reducción por ductilidad, que en ese entonces era de $R_w = 12$ para estructuras dúctiles y que actualmente es de $R_w = 8$ (Bozzo y Barbat 1999). Se puede apreciar que las fuerzas reales son muy superiores a las de diseño y que corresponderían, de forma cualitativa, a la de considerar al edificio en voladizo con fuerzas del orden de 2 a 3 veces su peso. Claramente, estas fuerzas no se pueden transferir mediante soluciones elásticas lineales y es necesario desarrollar zonas de plastificación que disipen energía y controlen la vibración.



1.4 Comportamiento sismorresistente

Figura 1.7 Espectro de cortante en la base para registros medidos durante el terremoto de Northridge, Los Angeles, en 1994.

La filosofía de las normas modernas de diseños sismorresistentes establece que una estructura debe estar capacitada para resistir, en el rango elástico, los sismos moderados que en su vida útil la puedan solicitar y en el rango inelástico, sin pérdida de vidas humanas, el sismo extremo o severo que pudiese ocurrir. La resistencia inelástica que se busca dar a las estructuras es función de su ductilidad, la cual es la capacidad de disipar cantidades significativas de energía por medio del comportamiento inelástico bajo deformaciones cíclicas de gran amplitud, sin reducción significativa de la resistencia.

El acero, bajo solicitaciones primarias uni-axiales, es un material muy dúctil y de ello se deriva la gran resistencia inelástica de las construcciones que lo emplean. El hormigón es en sí un material frágil; sin embargo, sorprendentemente, el hormigón armado, según la cantidad y ubicación de las armaduras, es un material dúctil. La figura 1.8 muestra curvas tensión deformación típicas para estos materiales.

La ductilidad global en una estructura se logra evitando cualquier mecanismo de fallo frágil tal como de cortante o de aplastamiento del hormigón (Bozzo y Barbat 1999). Un diseño por capacidad evitaría la formación de cualquier mecanismo frágil antes que uno que permita la formación de abundantes articulaciones plásticas que disipen la energía, modificando el período estructural y alejándolo de las frecuencias resonantes. Las estructuras espaciales compuestas están constituidas por un alto porcentaje de acero por unidad de superficie. Dependiendo del espesor de la losa de hormigón, de 50 a 80 mm, el hormigón en ella empleado se encuentra solicitado por esfuerzos de compresión del orden de sólo 30 kg/cm², pues son las limitaciones constructivas y no las resistentes quienes determinan su espesor. De esta forma, diseñando la EEM para evitar un fallo por cortante alrededor de los pilares, un fallo frágil es muy remoto. Incluso si la sacudida sísmica excediese los límites previstos en los cálculos y algunas partes de la estructura llegasen al rango inelástico, la estructura seguirá cumpliendo su misión portante, sin que se produzca rotura ni colapso, pues en la EEM no hay elementos portantes principales los cuales en caso de fallar conllevan una falla general; así, para llegar a la rotura o al colapso, sería necesario que se formasen líneas de rotura.

La Estructura Espacial Mixta es una solución particularmente adecuada para las construcciones sismorresistentes, en particular aquellas con vibraciones de altas fre-

cuencias como las que se dan en Lima y en diversas zonas con suelo rígido. Esta característica se debe no solo a su potencial ductilidad y periodos largos que evitan frecuencias resonantes en la mayoría de las situaciones prácticas cuando se emplea, sino a la reducción de peso y correspondiente fuerza sísmica que conllevan.

La nueva norma técnica peruana de edificaciones E030 para el diseño sismo-resistente tiene cambios sustanciales con respecto a la anterior. Un aspecto importante es que la norma E030 tiene como objetivo el control de desplazamientos, y para lograrlo es necesario efectuar una configuración y sistema estructural acorde con la necesidad del proyecto, considerando adecuadamente el sistema estabilizador columnas/placas. La EEM tiene un 60% menos de peso que la estructura tradicional y por ello es más fácil controlar los desplazamientos relativos limitados enormemente por diversas normativas modernas.

Las Estructuras Espaciales Mixtas son elementos de piso por lo que se pueden emplear diversos elementos resistentes para cargas laterales, como pórticos de hormigón armado, sistemas duales o estructuras con dos sistemas resistentes complementarios tales como pórticos y pantallas. Según el sistema estructural adoptado, se pueden diseñar con una ductilidad limitada, empleando menos armadura transversal que en los pórticos dúctiles. Esto permitiría que cuando los muros se hayan deformado dentro de la fase plástica hasta el factor de desplazamiento dúctil, exigido durante cargas sísmicas importantes, la demanda de ductilidad en los pórticos no sea elevada. Esto es posible gracias a que los pórticos son mucho más flexibles que los muros. La EEM, como un elemento horizontal, actúa como efecto de diafragma bajo la acción sísmica y distribuye los efectos sísmicos horizontales de las cargas

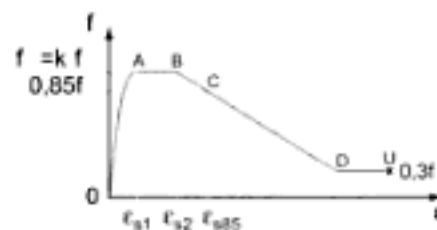
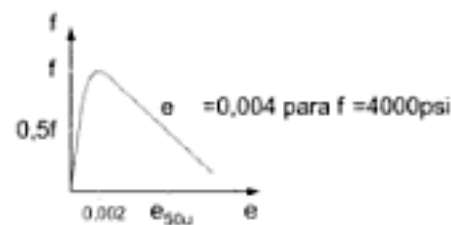
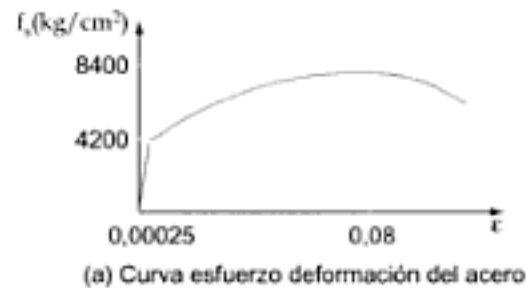


Figura 1.8 Curvas tensión deformación para el acero (a), hormigón sin confinar (b) y hormigón confinado mediante cercos (c).

Tabla 1.5. Periodos de vibración solución tradicional y con EEM

Solución estructural	Modo de vibración				
	1	2	3	4	5
Sistema tradicional	0,22	0,2	0,16	0,16	0,12
Sistema EEM	0,2	0,17	0,15	0,14	0,1

1.4 Comportamiento sismorresistente

situadas sobre su propia superficie entre los elementos verticales sísmicamente resistentes, tales como muros y/o columnas de la estructura.

Como ejemplo de comparación entre la respuesta sísmica de una estructura tradicional y otra empleando EEM, se puede volver a considerar la de las figuras 1.5 y 1.6; sometidas al terremoto de “El Centro” de 1940 y al espectro de diseño de la normativa americana UBC para suelo firme. La comparación se realiza para la luz de 15 m y los pilares se dimensionan para obtener desplazamientos de entrepiso similares, entre ambas soluciones. La sobrecarga considerada es de 300 Kg/m². De esta forma los pilares resultantes en la solución tradicional son de 40 × 70 y con EEM son de sólo 40 × 50. Los periodos de vibración obtenidos se muestran en la tabla 1.5. Los periodos y modos de vibración para la EEM se obtuvieron mediante su asimilación a una losa continua de 45 cm de canto equivalente.

Los periodos correspondientes a los modos de vibración longitudinal y transversal para el sistema tradicional son el 3 y el 5, es decir 0,16 y 0,12 s y para la EEM son el 2 y el 4, es decir de 0,17 y 0,14 s. Estos valores son muy parecidos entre sí, a pesar de las claras diferencias entre ambas soluciones. Los modos de vibración superiores al quinto no se consideran en la comparación dado que corresponden a modos verticales, no significativos para este estudio.

Estas estructuras se sometieron al terremoto de “El centro” de 1940 y al espectro de la norma americana UBC 1994, correspondiente a suelo firme, y se obtuvieron los resultados resumidos en la tabla 1.6. En esta tabla se incluyen el desplazamiento máximo de entre piso (δ) y el cortante en la base (V) y momento flector (M) para los pilares centrales. Los resultados mostrados corresponden al análisis en la dirección longitudinal.

La tabla muestra un resultado habitual al emplear EEM en comparación a estructuras convencionales, en lo referente a obtener desplazamientos similares entre ambas soluciones pero reduciendo sensiblemente (del orden del 30 al 40%) las fuerzas sísmicas en pilares. Se debe observar que los desplazamientos son similares a pesar de tener con la EEM pilares de sección considerablemente menor a los de la solución tradicional. La reducción de fuerzas en esta comparación se debe, principalmente, a la reducción de peso propio, dado que los periodos son similares.

Tabla 1.6. Resumen de resultados entre estructura tradicional y con EEM

	Solución tradicional			Solución con EEM			Diferencia (%)		
	δ (mm)	V (T)	M (Tm)	δ (mm)	V(T)	M (Tm)	$\Delta\delta$	ΔV	ΔM
El centro 1940	9	42	61	9,2	30	38	2	-29	-38
UBC-94	16	76	111	17	56	71	6	-26	-36

2.1 INTRODUCCIÓN

En general, se pueden plantear dos grupos de métodos para analizar estas estructuras: métodos exactos y métodos aproximados. En el primero, se consideran como elementos de análisis cada barra y losas de la malla, realizando equilibrio y compatibilidad de desplazamientos como mínimo en cada nudo. Incluso con la potencia actual de los ordenadores, este planteamiento es aplicable para mallas de superficie reducida. El segundo método sustituye la malla espacial (ver figura 2.1) por estructuras continuas, como una losa sujeta a cargas perpendiculares al plano con condiciones de contorno similares. Antes de detallar estos procedimientos, sin embargo, es instructivo estudiar las ecuaciones que gobiernan el análisis de losas en general.

2.2 ANÁLISIS DE LOSAS POR LA TEORÍA DE LA ELASTICIDAD

2.2.1 Introducción

Las ecuaciones diferenciales que se detallan a continuación corresponden a las losas elásticas —con respuesta lineal o no— sujetas a cargas perpendiculares en su plano. Se asumen desplazamientos pequeños con relación al espesor de la losa, no incluyendo la no-linealidad geométrica, así como la no-linealidad en las cargas. Por ello el equilibrio siempre se plantea en la configuración inicial y la dirección de las cargas se considera independientemente de la configuración deformada. Esta última no linealidad es la que se da en estructuras sometidas a la acción del viento o en estructuras sumergidas en líquidos, donde la presión hidrostática es perpendicular a la deformada estructural. Las características del material, sin embargo, pueden corresponder a materiales sin módulo de elasticidad constante.

El análisis de placas difiere del de un sólido tridimensional en que aquellas tienen una dirección considerablemente menor a las otras dos, lo que permite hacer las siguientes simplificaciones:

- El esfuerzo normal en la dirección transversal no es significativo
- Hipótesis de Kirchhoff o de las secciones planas
- La deformación por corte es constante en la dirección transversal

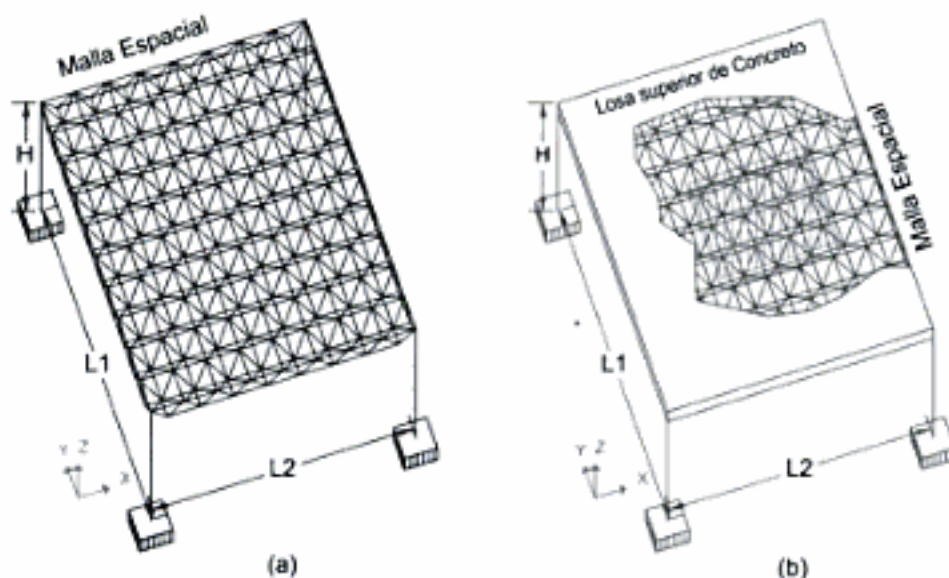


Figura 2.1 (a) Malla espacial. (b) Losa espacial mixta.

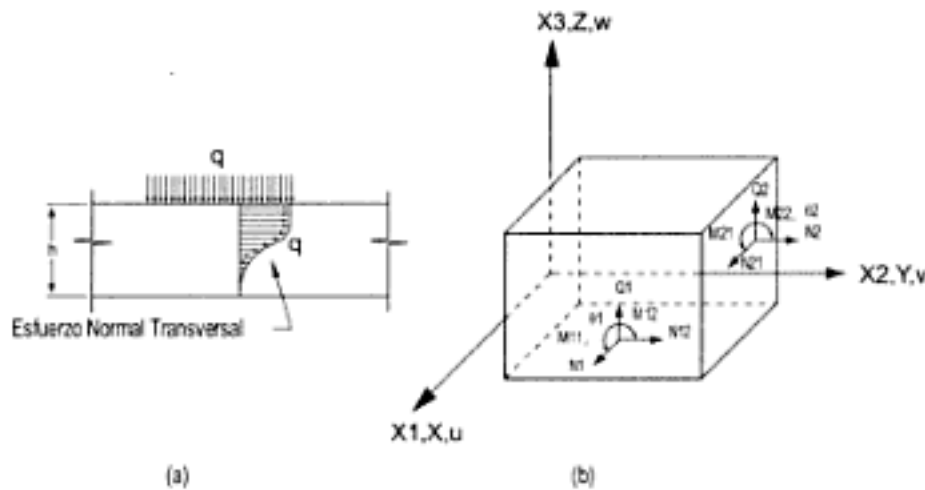


Figura 2.2 (a) Variación del esfuerzo normal en el espesor (b) Convención de signos adoptada.

Es fácil verificar que el esfuerzo normal en la dirección transversal, de hecho no es nulo en el plano cargado de la losa, como se ilustra en la figura 2.2(a). Sin embargo, su importancia relativa en la deformación de la losa, con respecto a los esfuerzos de flexión es pequeña (basta con verificar la magnitud relativa de ambos esfuerzos para algún problema típico de losas o de vigas continuas), y por ello no se incluye en su análisis y diseño.

La hipótesis de Kirchhoff, o de las secciones planas, es la hipótesis fundamental del análisis de losas. Esta hipótesis establece que las secciones planas antes y durante la deformación permanecen planas. En virtud de esta hipótesis de compatibilidad se asume un plano neutro, sin deformación, similar al eje neutro para elementos lineales, y por ello esta hipótesis es similar a la de Navier-Bernoulli en vigas.

Considérese el diagrama de cuerpo libre infinitesimal sometido a diferentes esfuerzos, figura 2.2(b), adoptado para todo el estudio. La hipótesis de Kirchhoff permite expresar los desplazamientos en el plano de la losa según:

$$u = u(x, y, 0) + z\theta_x, \quad (2.2.1)$$

$$v = v(x, y, 0) + z\theta_y. \quad (2.2.2)$$

Donde: θ_x , θ_y son los giros y $u(x, y, 0)$, $v(x, y, 0)$ son los desplazamientos del plano neutro (figura 2.3). Los desplazamientos del plano neutro se denominarán en adelante u_0 , v_0 respectivamente.

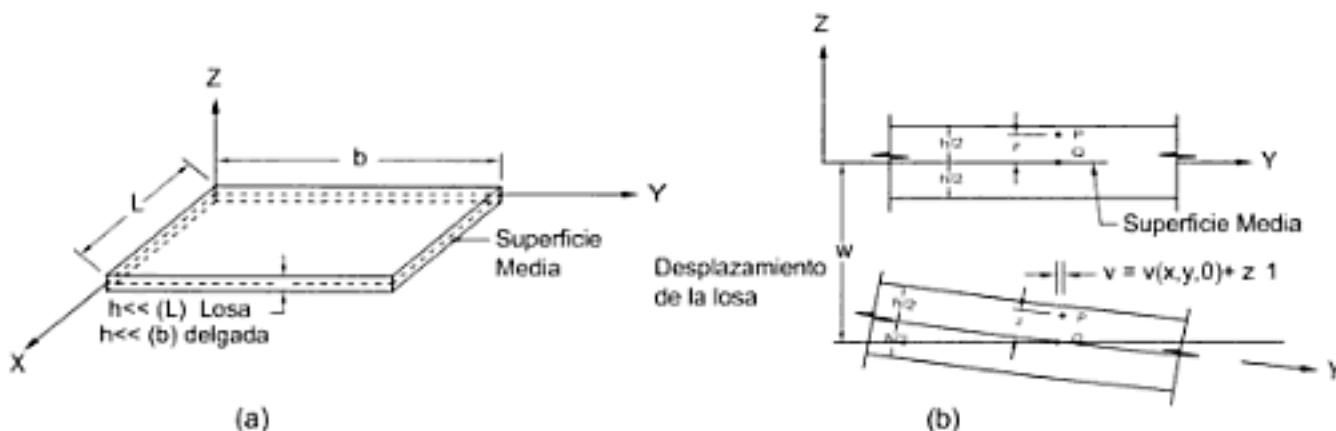


Figura 2.3 (a) Geometría de la losa (b) Deformación antes y después de la carga.

Es importante resaltar que en virtud de esta hipótesis los giros θ_x , θ_y no son funciones de la coordenada Z . Nótese con referencia a la convención de signos adoptada que un momento flector positivo M_{xx} (o M_{11} en la figura) corresponde a una tensión normal σ_{xx} positiva multiplicada por una distancia vertical también positiva, tal como se define en las ecuaciones (2.2.5).

Para la mayor parte de las losas empleadas en construcción la deformación por corte no suele incluirse en el análisis y diseño de losas debido a su poca influencia en la determinación de fuerzas y desplazamientos. La deformación por corte es importante en el análisis estructural de losas de gran espesor en relación a la luz libre y es una situación antieconómica. Sin embargo, para dar una mayor generalidad, las ecuaciones que se detallan a continuación incluyen deformación por corte. Por otra parte, como es común en el análisis de losas gruesas, para limitar su complejidad dichas deformaciones se consideran de forma aproximada como constantes en su espesor. Esta es una aproximación, dado que el cortante en ambas caras de las losas es, por equilibrio, nulo.

2.2.2 Ecuaciones diferenciales del equilibrio

En el análisis de losas se emplean como medida de esfuerzo las fuerzas y los momentos resultantes de integrar en el espesor las tensiones normales y tangenciales según se indica a continuación.

Fuerzas en el plano o fuerzas de membrana:

$$\begin{aligned} N_{xx} &= \int_z \sigma_{xx} dz \\ N_{yy} &= \int_z \sigma_{yy} dz \\ N_{xy} &= \int_z \tau_{xy} dz. \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Cortantes transversales:

$$\begin{aligned} Q_x &= \int_z \tau_{xz} dz \\ Q_y &= \int_z \tau_{yz} dz. \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Momentos flectores y torsor:

$$\begin{aligned} M_{xx} &= \int_z \sigma_{xx} z dz \\ M_{yy} &= \int_z \sigma_{yy} z dz \\ M_{xy} &= \int_z \tau_{xy} z dz. \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

Estas nuevas variables son funciones de las coordenadas X, Y e independientes de la coordenada Z . Por ello su representación se puede realizar en el plano de la losa por medio de curvas de nivel, o mediante vistas isométricas.

Si se representan las fuerzas en el plano en un elemento diferencial dx, dy , se obtiene la variación ilustrada en la figura 2.4, y si se representan los momentos y

2.2 Análisis de losas por la teoría de la elasticidad

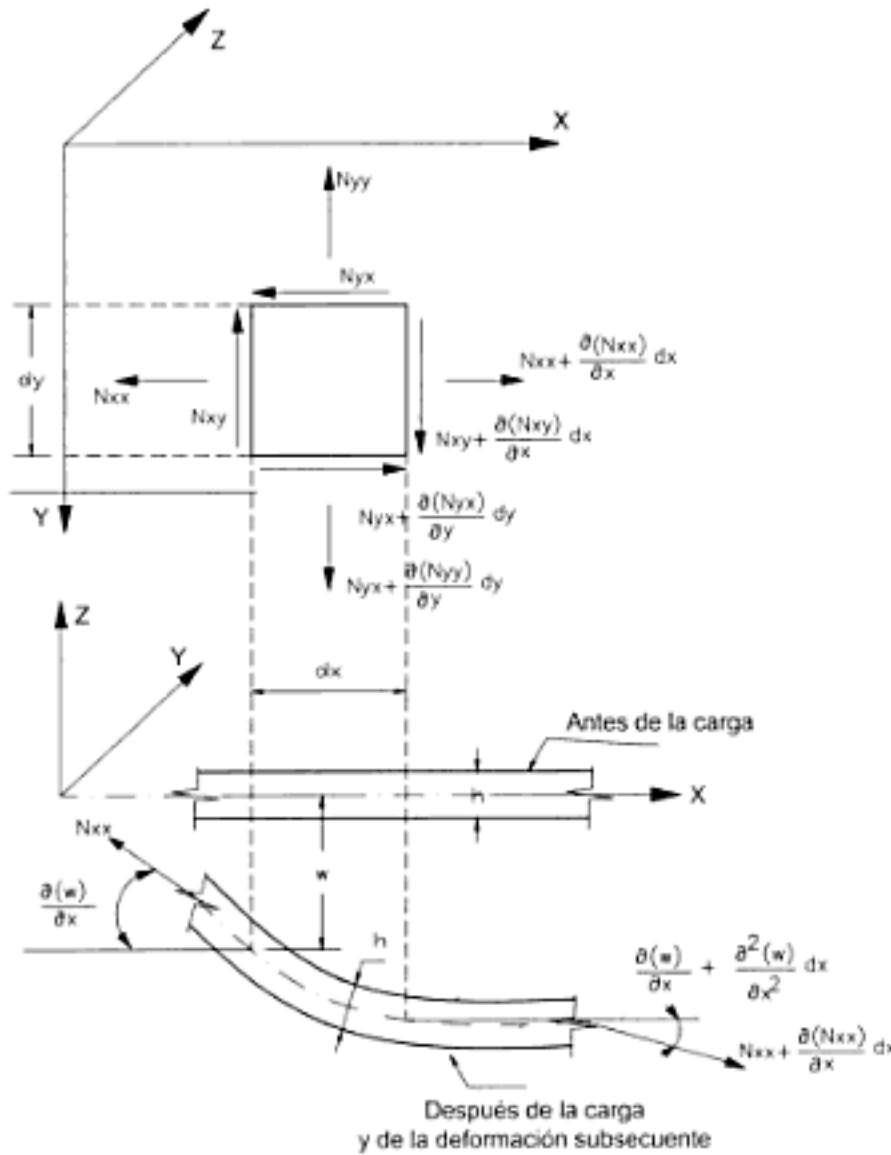


Figura 2.4 Variación de fuerzas normales y tangenciales.

cortantes, las de la figura 2.5(a)(b). Considerando el equilibrio del elemento diferencial se plantean las siguientes ecuaciones:

Equilibrio de fuerzas en el plano:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y} &= q_x \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} &= q_y \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

Equilibrio de momentos y cortantes:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} &= Q_x \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} &= Q_y \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} &= -q, \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

donde q es la carga normal al plano de la losa.

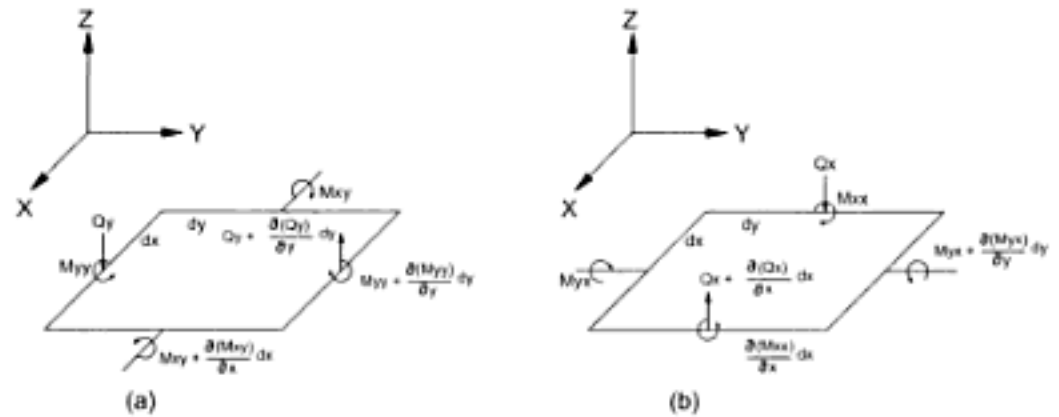


Figura 2.5 (a) Momento con respecto al eje X (b) Momento con respecto al eje Y.

Las ecuaciones (2.2.6), o de equilibrio en el plano, son independientes de las ecuaciones (2.2.7), o de la flexión, por lo que pueden tratarse por separado. Según la convención de signos adoptada, y dado que $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, M_{xy} es igual en magnitud y signo a M_{yx} , las ecuaciones (2.2.7) pueden escribirse en notación indicial según:

$$M_{ij,j} = Q_i, \quad (2.2.8)$$

$$Q_{i,i} + q = 0, \quad \text{donde } i, j = 1, 2. \quad (2.2.9)$$

Usando las fórmulas (2.2.7), es posible desarrollar la ecuación de la losa. Al eliminar los cortantes se llega a la formulación, sumando las fuerzas en la dirección vertical z con una carga normal (q):

$$\frac{\partial Q_{xx}}{\partial x} dx dy + \frac{\partial Q_{xy}}{\partial y} dx dy + q dx dy = 0. \quad (a.1)$$

El diferencial de área $dx dy$ desaparece y las parciales de Q pueden obtenerse diferenciando la ecuación 2.2.7. Sustituyendo esas derivadas parciales en la ecuación (a.1)

$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} = -q, \quad (2.2.10)$$

o en notación indicial

$$M_{ij,ij} + q = 0. \quad (2.2.11)$$

Esta ecuación diferencial de segundo grado indica, como para todo problema estructural, que las leyes del equilibrio son independientes de las características de los materiales y su estado de elasticidad o plasticidad.

Siendo los momentos funciones de los ejes de coordenadas escogidos, pueden obtenerse sus valores máximos y mínimos, llamados valores principales, según ciertos ejes n, t . Para dichos ejes, el momento torsor será nulo, de manera exactamente análoga al círculo de Mohr para tensiones. Considérese la convención de signos indicada en la figura 2.6. Como los momentos son tensores de segundo orden su transformación a otro sistema de coordenada $n-t$ es según:

$$\begin{bmatrix} M_{nn} & M_{nt} \\ M_{tn} & M_{tt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{xx} & M_{xy} \\ M_{yx} & M_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}, \quad (2.2.12)$$

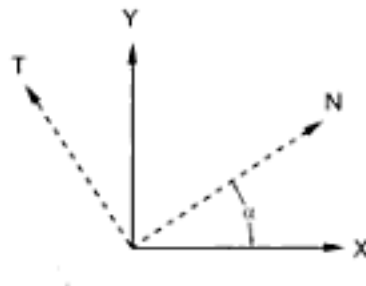


Figura 2.6 Rotación de ejes coordenados.

dado que para una función continua de orden C1 (con continuidad en la función y su primera derivada), $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}$. Así y para este caso particular, se obtienen las conocidas expresiones de las curvaturas:

$$\begin{aligned}\chi_{xx} &= \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \chi_{yy} &= \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \chi_{xy} &= \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\end{aligned}\quad (2.2.31)$$

Siendo las curvaturas funciones de los ejes coordenados escogidos, pueden obtenerse sus valores máximos y mínimos, llamados valores principales, según ciertos ejes n y t . Para dichos ejes la curvatura XY es nula y se obtendrán expresiones exactamente análogas a las obtenidas para los momentos. La suma de las curvaturas según dos planos normales se conoce como curvatura media y se puede demostrar que es independiente del sistema de referencia.

2.2.4 Relaciones de esfuerzo – deformación

Para un material isotrópico con módulo de elasticidad (E), de poisson (μ) y de cortante ($G = \frac{E}{2(1+\mu)}$), las ecuaciones de esfuerzo – deformación pueden expresarse según:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\mu^2} & \frac{\mu E}{1-\mu^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu E}{1-\mu^2} & \frac{E}{1-\mu^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (2.2.32)$$

En el caso de un material ortotrópico, estas relaciones se reescriben como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{nE_x}{n-\mu_{xy}^2} & \frac{\mu_{xy}E_x}{n-\mu_{xy}^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu_{xy}E_x}{n-\mu_{xy}^2} & \frac{E_x}{n-\mu_{xy}^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (2.2.33)$$

donde: $n = \frac{E_x}{E_y} = \frac{\mu_{xy}}{\mu_{yx}}$ (esta última relación es necesaria dado que la teoría de la elasticidad muestra que estas variables no son todas independientes).

Multiplicando por z e integrando según el espesor, estas relaciones pueden expresarse en términos de momentos y cortantes, que son las medidas de esfuerzo adoptadas para el análisis.

$$\begin{Bmatrix} \int \sigma_{xx} z dz \\ \int \sigma_{yy} z dz \\ \int \tau_{xy} z dz \\ \int \tau_{xz} z dz \\ \int \tau_{yz} z dz \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\mu^2} & \frac{\mu E}{1-\mu^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu E}{1-\mu^2} & \frac{E}{1-\mu^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \int \epsilon_{xx} z dz \\ \int \epsilon_{yy} z dz \\ \int \gamma_{xy} z dz \\ \int \gamma_{xz} z dz \\ \int \gamma_{yz} z dz \end{Bmatrix} \quad (2.2.32a)$$

De esta forma, reemplazando las ecuaciones (2.2.4) (2.2.5) y (2.2.20 a 24), para una losa isotrópica en la cual se incluye la deformación por corte las relaciones (2.2.32) se transforman según:

$$M_{xx} = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \left[\frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \mu \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \right] \quad (2.2.34)$$

$$M_{yy} = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \left[\frac{\partial \theta_y}{\partial y} + \mu \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right] \quad (2.2.35)$$

$$M_{xy} = \frac{Gt^3}{12} \left[\frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \mu \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right] \quad (2.2.36)$$

$$Q_x = k.G.t.\gamma_{xz} \quad (2.2.37)$$

$$Q_y = k.G.t.\gamma_{yz} \quad (2.2.38)$$

Donde t es el espesor de la losa y k es un factor numérico empleado para mejorar la aproximación por corte, el cual suele considerarse como 1.2. Este factor es necesario pues las deformaciones por corte γ_{xz} , γ_{yz} se consideran constantes según el espesor de la losa. Si de manera análoga a elementos lineales se considera una distribución de las deformaciones por corte parabólica según el espesor, el factor k se obtiene de igualar la energía de deformación por corte para una distribución parabólica de éste, con la energía de deformación para una distribución constante. Al factor: $D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$, se le conoce como "rigidez a la flexión de la losa".

Puesto que según las ecuaciones (2.2.20-2.2.24) los giros pueden expresarse como: $\theta_i = \gamma_{iz} - w_i$, se tendrá al reemplazar en las expresiones (2.2.34 - 2.2.38),

$$M_{xx} = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} - \mu \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial y} \right]$$

$$M_{yy} = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial y} - \mu \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} \right] \quad (2.2.39)$$

2.2 Análisis de losas por la teoría de la elasticidad

$$M_{xy} = -D(1-\mu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) \right].$$

Si la deformación por corte no se incluye en el análisis $\gamma_{yx} = \gamma_{xx} = 0$, estas expresiones se simplifican como:

$$\begin{aligned} M_{xx} &= -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \\ M_{yy} &= -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \\ M_{xy} &= -D(1-\mu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right]. \end{aligned} \quad (2.2.40)$$

O en notación matricial:

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} & \frac{E\mu t^3}{12(1-\mu^2)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\mu t^3}{12(1-\mu^2)} & \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Et^3}{24(1+\mu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{kEt}{2(1+\mu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{kEt}{2(1+\mu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ \chi_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}$$

De las expresiones anteriores se observa que el efecto de considerar las deformaciones por corte sobre las curvaturas es restarle los términos $\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x_i}$ o $\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x_j}$. Es interesante indicar que si las expresiones (2.2.40) se reemplazan en las expresiones del equilibrio (2.2.10), se obtendrá la conocida ecuación de Lagrange:

$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} = -q(x, y) \quad (2.2.41)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}. \quad (2.2.42)$$

Por lo que esta expresión es válida, si no se consideran los efectos de las fuerzas de corte en la deformación de la losa. Esta ecuación diferencial parcial de cuarto orden, conocida desde antes de 1820, incluye las ecuaciones del equilibrio, compatibilidad y relaciones esfuerzo-deformación por lo que, junto con las condiciones de borde, gobierna el análisis de losas.

A diferencia de estructuras de barras en general y problemas de estado plano de esfuerzos, donde la relación de poisson no influye en la distribución de fuerzas en losas, dicha relación afecta tanto a la distribución de fuerzas como a los desplazamientos. Sin embargo, en muchos casos prácticos y para losas de hormigón, se suele considerar como cero o 0,1 debido al agrietamiento. Las losas de hormigón son estructuras que, por lo general, requieren poca cantidad de refuerzo por unidad de área en comparación a las vigas, por lo que aparece fisuración significativa.

Las leyes esfuerzo deformación también pueden particularizarse para los casos de losas huecas y estratificadas. En estos casos, sin embargo, el módulo de elasticidad y el de poisson son funciones del espesor. Por otro lado, la ubicación del eje neutro es en estos casos una función de las características de los materiales y de la sección.

2.2.5 Condiciones de borde

Considérese un punto en un borde genérico con tangente según el eje X , tal como se indica en la figura 2.7. Las condiciones de borde comúnmente consideradas, sobre borde empotrado, simplemente apoyado, libre y borde simétrico.

- (a) Borde empotrado: En un borde empotrado no hay deflexión ni rotación por lo que esta condición se expresa según:

$$\begin{aligned} w(x_0) &= 0 \\ \frac{\partial w(x_0)}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial w(x_0)}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (2.2.43)$$

- (b) Borde simplemente apoyado: En un borde simplemente apoyado el desplazamiento vertical y el momento normal son nulos por lo que esta condición se expresa según:

$$\begin{aligned} w(x_0) &= 0 \\ M_{nn}(x_0) &= 0. \end{aligned} \quad (2.2.44)$$

- (c) Borde libre: En un borde libre el momento normal, el momento torsor y el cortante son nulos, por lo que esta condición se expresa según:

$$\begin{aligned} M_{nn}(x_0) &= 0 \\ M_{nt}(x_0) &= 0 \\ Q_n(x_0) &= 0. \end{aligned} \quad (2.2.45)$$

Kirchhoff demostró que una de estas condiciones es redundante, pues la segunda y la tercera se pueden combinar en una sola condición. Esta condición es que una reacción equivalente en el borde libre sea nula. Para obtener la reacción se sustituye el momento torsor M_{nt} en el borde por un par de fuerzas equivalentes verticales, como se indica en la figura 2.8. Esta sustitución no afecta a la flexión global de la losa. Así, la reacción vertical en un punto se origina por los cortantes verti-



Figura 2.7 Punto genérico en un borde.

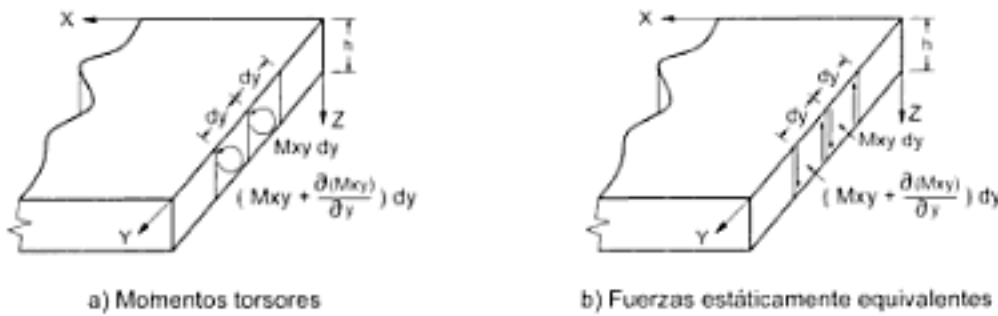


Figura 2.8 Reacción vertical causada por los momentos torsores equivalentes.

cales y por la variación de los momentos torsores, por lo que dicha reacción en un borde paralelo al eje X se expresa según:

$$R_{yz} = Q_y + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}. \quad (2.2.46)$$

Consecuentemente, las condiciones de contorno para un borde libre se reducen a:

$$R_{yz}(x_0) = M_{xy}(x_0) = 0. \quad (2.2.47)$$

De esta manera se obtienen no sólo fuerzas cortantes distribuidas en el borde sino reacciones concentradas en las esquinas con magnitud igual al momento torsor. Es interesante indicar que, para una losa rectangular uniformemente cargada y simplemente apoyada en su contorno, la dirección de dicha reacción es contraria a la de las cargas, por lo que para cargas de gravedad la losa tendería a levantarse de sus esquinas. Por ello, si no se diseña un apoyo adecuado, la losa podría moverse, incumpliendo la condición de contorno simplemente apoyado.

Un borde simétrico no es propiamente una condición de contorno, sin embargo, es generalmente útil tener en cuenta la simetría para simplificar el análisis. A lo largo de dicho borde y suponiendo que sea ortogonal al eje y , se cumple:

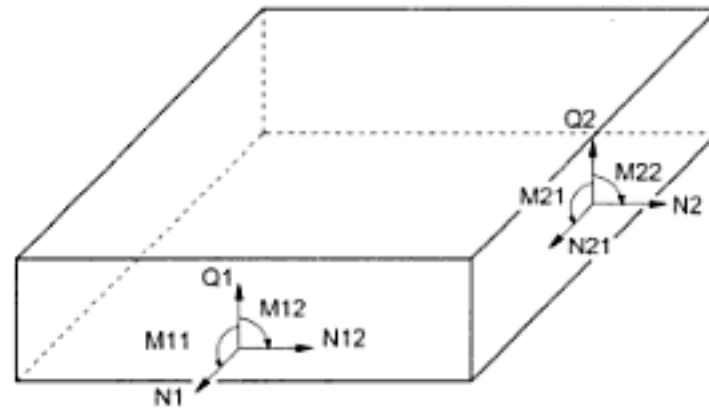
$$\begin{aligned} M_{xy}(x_0) &= 0 \\ Q_y(x_0) &= 0 \\ \frac{\partial w(x_0)}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (2.2.48)$$

De manera similar, se podrían plantear condiciones de contorno para un plano de antisimetría. En estructuras simétricas de grandes dimensiones estas se pueden reducir usando el principio de que para una estructura de geometría simétrica cualquier estado de carga se puede dividir en un estado de carga simétrico y otro antisimétrico, con las condiciones de borde correspondientes.

2.3 ANÁLISIS DE MALLAS ESPACIALES MIXTAS

2.3.1 Generalidades

El método de análisis por elementos finitos es el más efectivo con que cuenta el ingeniero estructural en la actualidad. En el presente caso, este método permite idealizar la estructura espacial mixta clásica, como la superposición de una celosía espacial metálica con una o dos losas de hormigón trabajando a esfuerzos de mem-

Figura 2.11 Esfuerzos internos del elemento.

De aquí se deduce que, en general, no es posible determinar los esfuerzos y, por lo tanto, el estado de tensiones de la lámina, mediante las ecuaciones de la estática solamente. Esta indeterminación que aparece en cada elemento, independientemente de la sustentación, se conoce como indeterminación estática interna y ha de resolverse mediante el empleo de las ecuaciones de la elasticidad, teniendo en cuenta las deformaciones. Procedimientos de solución de estas ecuaciones diferenciales se desarrollarán en el capítulo siguiente. En todo caso, a partir de las leyes del equilibrio se puede establecer que, en un punto genérico, las fuerzas de membrana N_{12} y N_{21} son necesariamente iguales tal como los momentos torsores M_{12} y M_{21} .

En la EEM clásica la malla típica es de 50×50 cm con un espesor de la losa de sólo 5 cm. En esta situación es posible despreciar los esfuerzos de flexión en las losas de hormigón, en cuyo caso el estado de tensiones puede obtenerse calculando solamente los esfuerzos de membrana N_1 , N_2 , N_{12} y se simplifica el problema notablemente. Por otra parte, en losas mixtas generalizadas las láminas de hormigón no cumplirán estas condiciones y se deben, por tanto, asimilar a losas con flexión y fuerzas axiales. A continuación se incluyen las matrices de rigidez obtenidas por los autores (Bozzo y Bozzo 1986) bajo la asimilación de la losa a una membrana de hormigón empleando el funcional de energía potencial definido en el capítulo siguiente.

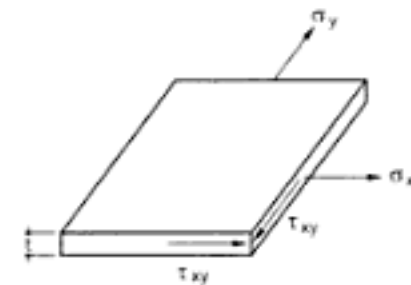
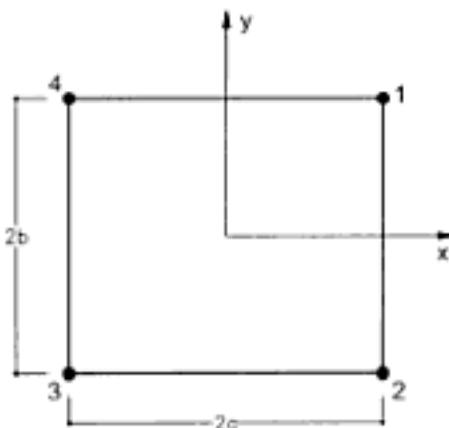
Dado el poco espesor de las membranas de hormigón estas son modelados como elementos sujetos a un estado plano de esfuerzos, por ello el vector de esfuerzos generalizados es el siguiente:

$$[\sigma] = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (2.3.6)$$

Considerando un elemento finito rectangular de 4 nudos tendremos que los desplazamientos pueden ser interpolados según:

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) \quad (2.3.7)$$

$$v = \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) \quad (2.3.8)$$

**Figura 2.12** Elemento de membrana a estado plano de esfuerzos.

donde:

$$\begin{aligned}
 N_1(x, y) &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a} \right) \left(1 + \frac{y}{b} \right) \\
 N_2(x, y) &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a} \right) \left(1 - \frac{y}{b} \right) \\
 N_3(x, y) &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a} \right) \left(1 - \frac{y}{b} \right) \\
 N_4(x, y) &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a} \right) \left(1 + \frac{y}{b} \right).
 \end{aligned} \tag{2.3.9}$$

Puede fácilmente verificarse que estas funciones de interpolación satisfacen los requerimientos de consistencia (valor unitario en nudo correspondiente y nulo en los demás) y continuidad en desplazamientos entre elementos, obligatorios para la convergencia. Por comodidad describiremos las expresiones en notación matricial:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} = [A][u^e] \tag{2.3.10}$$

$$[u] = [A][u^e]. \tag{2.3.11}$$

A su vez los desplazamientos se relaciona con las deformaciones según:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \tag{2.3.12}$$

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix} [u^e] \tag{2.3.13}$$

$$[\varepsilon] = [B][u^e]. \quad (2.3.14)$$

Los esfuerzos se relacionan con las deformaciones según:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\mu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.3.15)$$

$$[\sigma] = [D][\varepsilon], \quad (2.3.16)$$

y la matriz de rigidez puede escribirse como:

$$[k^e] = \int_{A_e} [B]^T [D] [B] dA. \quad (2.3.17)$$

Operando convenientemente e integrando obtenemos la matriz de rigidez:

$$[k^e] = \frac{Et}{12(1-\mu)} \begin{bmatrix} \frac{4b}{a} - 2(1-\mu)\frac{a}{b} & \frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} & \frac{2b}{a} - 2(1-\mu)\frac{a}{b} & -\frac{3}{2}(1+3\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{a}{b} & \frac{3}{2}(1+3\mu) & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} \\ \frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+3\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{a}{b} & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+3\mu) & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{a}{b} & \frac{3}{2}(1+\mu) \\ \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+3\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{a}{b} & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+3\mu) & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{a}{b} & \frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} \\ \frac{2b}{a} - 2(1-\mu)\frac{a}{b} & \frac{3}{2}(1+3\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{a}{b} & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+3\mu) & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{a}{b} & \frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} \\ -\frac{3}{2}(1+\mu) & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+3\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{a}{b} & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+3\mu) & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{a}{b} & \frac{3}{2}(1+\mu) \\ \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} & \frac{3}{2}(1+3\mu) & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{a}{b} & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+3\mu) & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{a}{b} \\ -\frac{3}{2}(1+3\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{a}{b} & \frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+3\mu) & -\frac{4a}{b} + (1-\mu)\frac{b}{a} & -\frac{3}{2}(1+\mu) & \frac{4a}{b} + 2(1-\mu)\frac{a}{b} & \frac{3}{2}(1+3\mu) \end{bmatrix}. \quad (2.3.18)$$

El vector de esfuerzos es:

$$[\sigma] = [D][\varepsilon] = [D][B][u^e] = [b][u^e]. \quad (2.3.19)$$

Operando se obtiene finalmente la matriz de esfuerzos adjunta.

$$[b] = \frac{E}{1-\mu} \begin{bmatrix} \frac{-1}{a}\left(1-\frac{x}{b}\right) & \frac{-\mu}{b}\left(1-\frac{x}{a}\right) & \frac{-\nu}{ab} & \frac{\mu}{b}\left(1-\frac{x}{a}\right) & \frac{\nu}{ab} & \frac{\mu x}{ab} & \frac{1}{a}\left(1-\frac{\nu}{b}\right) & \frac{-\mu x}{ba} \\ \frac{-1}{a}\left(1-\frac{\nu}{b}\right) & \frac{-1}{b}\left(1-\frac{x}{a}\right) & \frac{-\mu \nu}{ab} & \frac{-1}{b}\left(1-\frac{x}{a}\right) & \frac{\mu \nu}{ab} & \frac{x}{ab} & \frac{\mu}{a}\left(1-\frac{\nu}{b}\right) & \frac{-x}{ba} \\ \frac{-1(1-\mu)}{2b}\left(1-\frac{x}{a}\right) & \frac{-1(1-\mu)}{2a}\left(1-\frac{\nu}{b}\right) & \frac{(1-\mu)}{2b}\left(1-\frac{x}{a}\right) & \frac{-1(1-\mu)\nu}{2ab} & \frac{(1-\mu)x}{2ba} & \frac{(1-\mu)\nu}{2ab} & \frac{-1(1-\mu)x}{2ba} & \frac{(1-\mu)}{2a}\left(1-\frac{\nu}{b}\right) \end{bmatrix}. \quad (2.3.20)$$

2.4.1 Generalidades

El procedimiento de análisis detallado en 2.3, en particular para mallas espaciales generales, requiere un tiempo importante en la preparación del modelo y su posterior procesamiento y diseño. Por ello, y por la complejidad de cálculo numérico intrínseco en él, se recurre con facilidad al método alternativo donde la estructura espacial mixta se asimila a un elemento continuo de losa de hormigón con canto equivalente trabajando a esfuerzos de placa.

Los métodos presentados se basan en la asimilación de la malla espacial a estructuras continuas homogéneas sean estas isotrópicas u ortotrópicas. La fuente principal de anisotropía en elementos fisurados es la armadura de refuerzo en cada dirección. En secciones pretensadas o con solicitaciones inferiores a la resistencia de tracción, la anisotropía no es significativa, dado que la inercia bruta y la homogeneizada son muy similares. Es habitual en losas macizas que esta última situación no se dé y que las tensiones de tracción en las fibras inferiores sean ampliamente superadas. En losas mixtas y dada la relativa simplicidad en aumentar el canto, y por tanto disminuir las tensiones sin aumentar el peso propio, es más habitual tener tensiones de tracción relativamente bajas. Por lo tanto, en muchas zonas de la losa se tiene una inercia bruta y no es necesario considerar la ortotropía debida a las armaduras.

A partir de los esfuerzos hallados en estas estructuras de asimilación se obtienen las compresiones y tracciones existentes en las barras que definen la malla real. Existen dos procedimientos de asimilación de mallas a estructuras continuas: el método de la teoría de losas sandwich y la teoría de la losa ortotropa equivalente.

2.4.2 Teoría de la losa sandwich

Un método alternativo para analizar una malla espacial mixta es empleando la teoría de las losas tipo sandwich. En este caso, la losa sandwich se considera constituida por tres capas: la capa superior y la inferior, que resisten de modo preponderante los esfuerzos de flexión, siendo los esfuerzos transversales (de corte) absorbidos completamente por el reticulado inferior (diagonales), que constituyen el núcleo de la losa sandwich.

La justificación de haber considerado la losa sandwich como el modelo estructural para estudiar el comportamiento de la estructura espacial mixta, no solo se debe a la semejanza con ellas sino además a las deformaciones por esfuerzo transversal.

2.4.3 Teoría de la losa ortotropa equivalente

Este es un método alternativo de análisis de estructuras continuas que permite calcular una estructura espacial mixta, asimilándola a una losa ortotropa equivalente, con parámetros adecuadamente determinados y es el procedimiento más empleado en la práctica.

Resolviendo las ecuaciones diferenciales desarrolladas en (2.2) mediante aproximaciones de elementos finitos, se analizan sistemas estructurales de forma

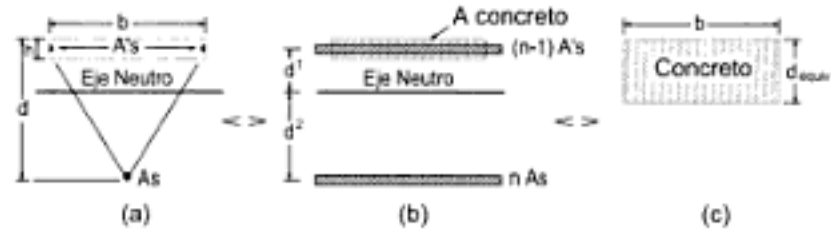


Figura 2.13 a) Tridilosa de ancho b b) Sección transformada c) Losa de hormigón con inercia equivalente.

general, no existiendo restricción, ni de la geometría ni del tipo y ubicación de los apoyos. Es posible, igualmente, considerar la interacción de la estructura espacial mixta con las vigas de borde y los pilares que la soportan.

Este procedimiento tiene la ventaja de reducir considerablemente el número de incógnitas involucradas en el análisis, con el consiguiente ahorro de tiempo de cálculo; sin embargo, es importante que los parámetros de la losa ortotropa equivalente, sean adecuadamente seleccionados.

Para realizar la equivalencia entre una tridilosa y una losa de hormigón se utiliza una inercia equivalente. Se sabe que la rigidez flexional de la losa continua es la siguiente:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} \quad (2.4.1)$$

Si se considera un ancho “ b ” se puede modificar la ecuación anterior de la siguiente manera:

$$D = \frac{bt^3}{12} \frac{E}{b(1-\mu^2)} = I_{equiv} \frac{E}{b(1-\mu^2)} \quad (2.4.2)$$

la cual considera una losa de hormigón de ancho “ b ” con inercia equivalente.

A continuación se calcula una inercia aproximada de la tridilosa, con el criterio de sección transformada, como se muestra en la figura 2.13, donde el valor de “ n ” es la relación de módulos de elasticidad del acero y el hormigón:

$$n = \frac{E_a}{E_c}$$

Efectuando operaciones con la sección transformada se obtienen las siguientes distancias al eje neutro del hormigón y acero superior (d_1) y del acero inferior (d_2):

$$\begin{aligned} d_1 &= \left(d - \frac{h}{2}\right) \left(\frac{n A_s}{hb + n A_s + (n-1) A's} \right) \\ d_2 &= \left(d - \frac{h}{2}\right) \left(\frac{hb + (n-1) A's}{hb + n A_s + (n-1) A's} \right) \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

Se calcula posteriormente la inercia de la sección transformada con la siguiente ecuación:

$$I_{eq} = d_1^2((N-1)A's + bh) + d_2^2(nAs). \quad (2.4.4)$$

Tridilosa A de 70 cm de canto							
Dimensiones del techo			Coordenadas		Tridilosa	Losa equiv. $d = 35$ cm	
Ancho	Largo	Tipo de losa	x	y	w (cm)	w (cm)	α
20	40	C_1	20	10	12,578	12,816	0,98
				10	12,597	12,891	0,98
				0	12,721	14,081	0,90
			Tridilosa		Losa equiv. $d = 35$ cm		
					w (cm)	w (cm)	α
20	20	C_2	10	10	12,606	12,858	0,98
			0	10	12,714	13,953	0,91

w = Deflexión

Si se observa el factor α para determinar la deflexión entre el análisis “exacto” y el “aproximado” propuesto se verifica que este es suficientemente aproximado, con errores inferiores al 5% - 10%. Este resultado es satisfactorio, en particular considerando la diferencia significativa en potencia de cálculo necesaria y las diversas incertidumbres de todo análisis. Adicionalmente se podría plantear un factor corrector de los resultados de un análisis aproximado, como el de la siguiente tabla:

Canto de tridilosa	Canto de losa equiv.	Coefficiente α
50 cm	20 cm	1,02
60 cm	26 cm	1,05
70 cm	35 cm	1,00

2.5 EJEMPLOS DE TRIDILOSA MODELADA ESPACIALMENTE

2.5.1 Tridilosa Simple

Se presenta a continuación un techo de tridilosa modelado espacialmente de 35 m por 35 m. Dicha tridilosa cuenta con una losa superior de hormigón de 6 cm y se apoya en sus cuatro esquinas por pilares de $0,30 \times 0,30$ m. Se consideró una

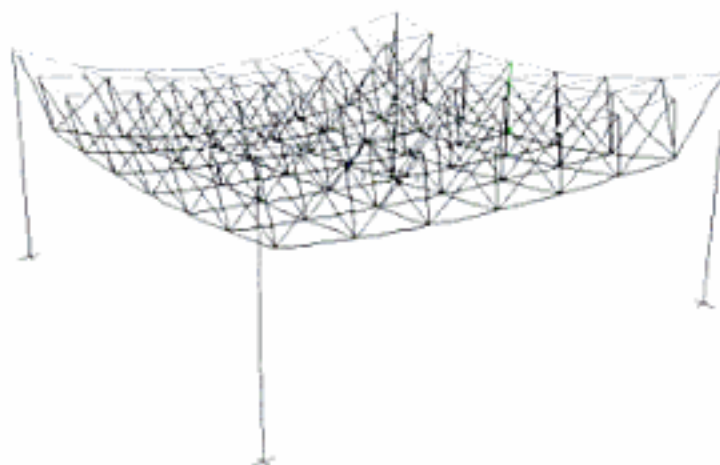


Figura 2.15 Deformada de la tridilosa.

Figura 2.16 Fuerzas de membrana en la losa superior dirección xx .

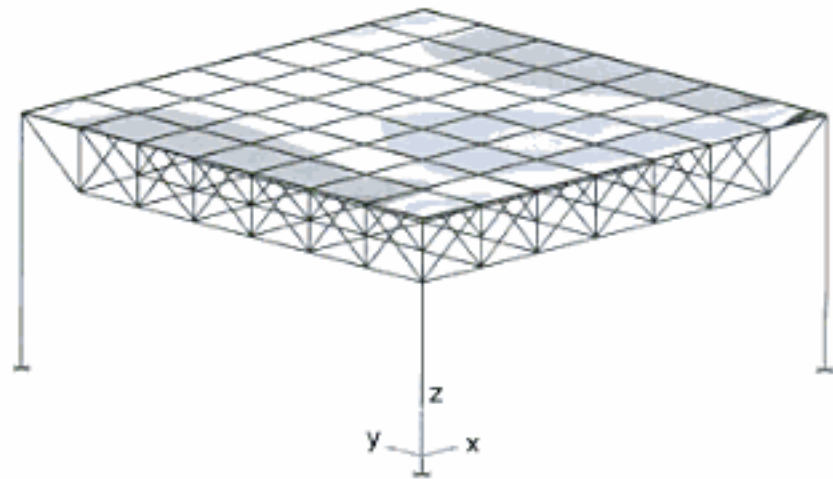


Figura 2.17 Fuerzas de membrana en la losa superior dirección yy .

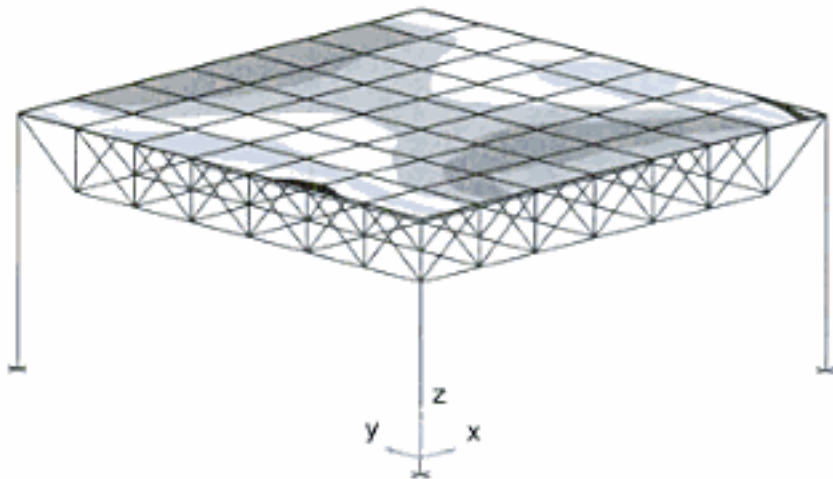
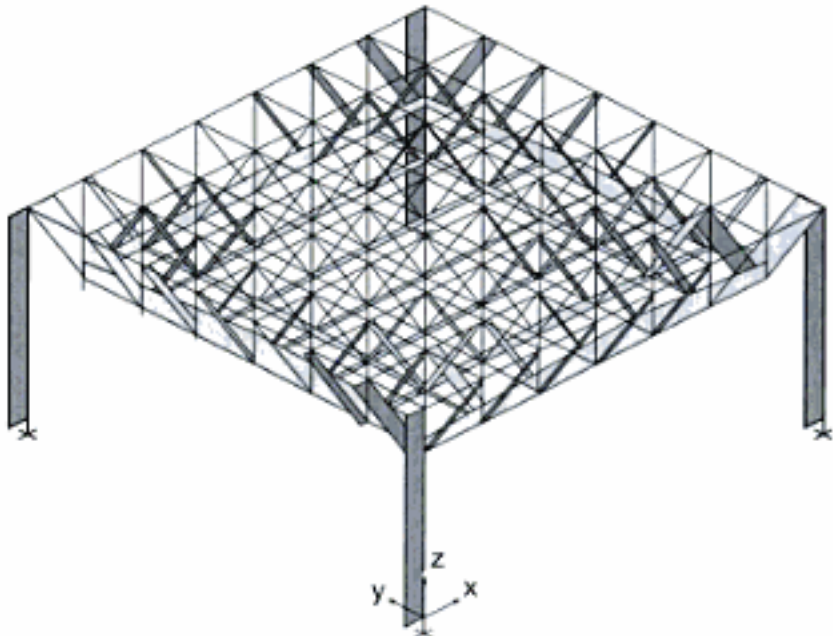


Figura 2.18 Fuerzas axiales en los elementos de barra.



sobrecarga de 500 kg/m^2 y un peso propio del hormigón de 2400 kg/m^3 . La figura 2.15 muestra la deformada de la tridilosa.

De los resultados se obtuvieron los esfuerzos máximos en la losa de hormigón (figura 2.16, dirección xx ; figura 2.17, dirección yy), resultados muy por debajo de los esfuerzos resistentes del hormigón, y se verificó que un fallo frágil por

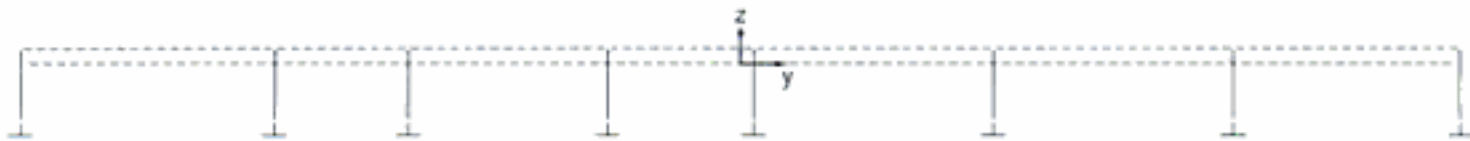


Figura 2.19 Corte de la losa en la dirección yy .

aplastamiento del hormigón es muy difícil. También se obtuvieron las fuerzas axiales de las barras de acero del reticulado espacial las fuerzas axiales menores a las resistentes, tanto para los elementos de tracción como para compresión (figura 2.18).

2.5.2 Ejemplo práctico

2.5.2.1 Descripción de la estructura

Se trata de un techo con estructura espacial mixta con 20 m de luz en la dirección más corta (xx) y 52 m de luz en la dirección más larga (yy) (ver cortes en las figuras 2.19 y 2.20 en las direcciones (yy) y (xx), respectivamente). La losa con estructura espacial mixta se apoya sobre 16 columnas dispuestas en el perímetro de la losa, de tal manera que no se contaba con ninguna columna intermedia. A lo

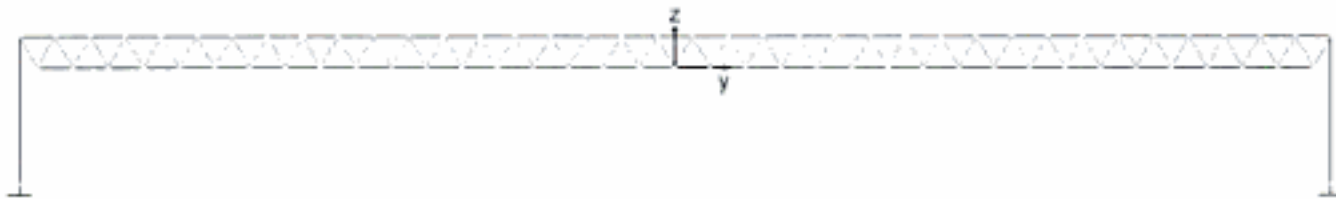


Figura 2.20 Corte de la losa en la dirección xx .

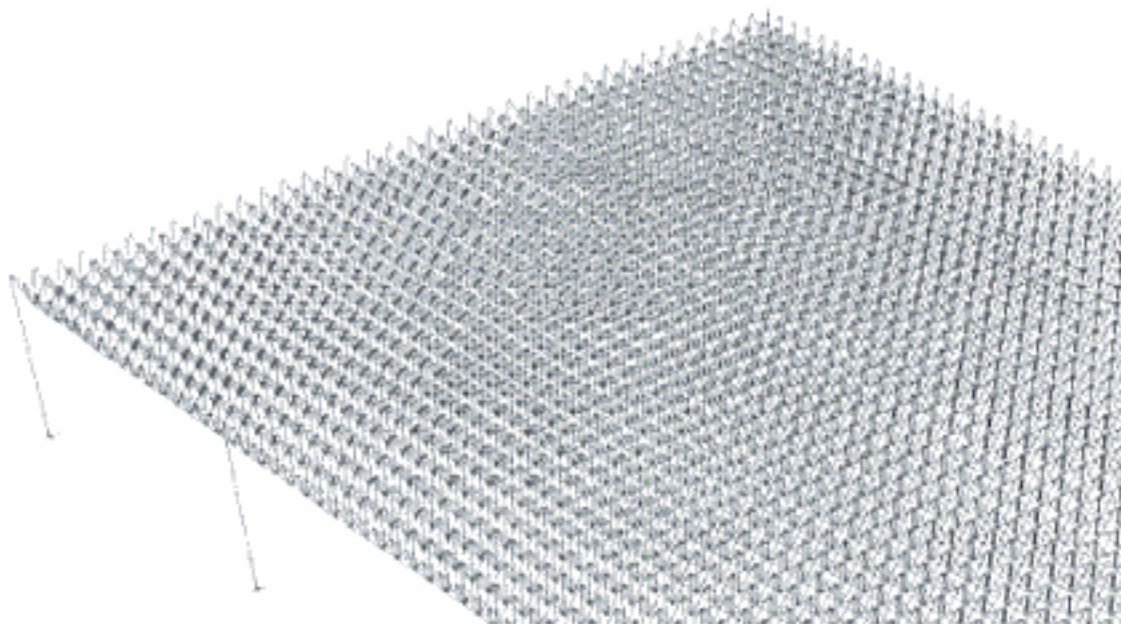


Figura 2.21 Losa modelada tridimensionalmente.

largo del perímetro se colocó una viga de borde con dimensiones de $0,30 \times 0,70$ m en la dirección larga (yy) y $0,40 \times 1,20$ m en la dirección mas corta (xx). En la figura 2.21 se presenta una vista isométrica de la estructura espacial. El canto total de la EEM es de 70 cm con una losa inferior sólo en el perímetro hasta 2,5 m. La losa inferior rigidiza la estructura, mejora la resistencia de las diagonales y trabaja en caso de inversión de esfuerzos por acciones sísmicas.

2.5.2.2 Cargas de diseño

Se consideraron dos tipos de carga, carga muerta y carga viva.

- - Carga muerta

Peso específico del hormigón	2400 kg/m ³
Peso específico del ladrillo	1800 kg/m ³
- - Carga viva

Sobrecarga	500 kg/m ²
------------	-----------------------

2.5.2.3 Resistencias requeridas

La norma peruana de hormigón armado E060 recomienda las siguientes combinaciones de carga:

$$U = 1,5 \text{ CM} + 1,8 \text{ CV}$$

$$U = 1,25(\text{CM} + \text{CV} + \text{CS})$$

Donde: U = carga última

CM = carga muerta

CV = carga viva

CS = carga por sismo

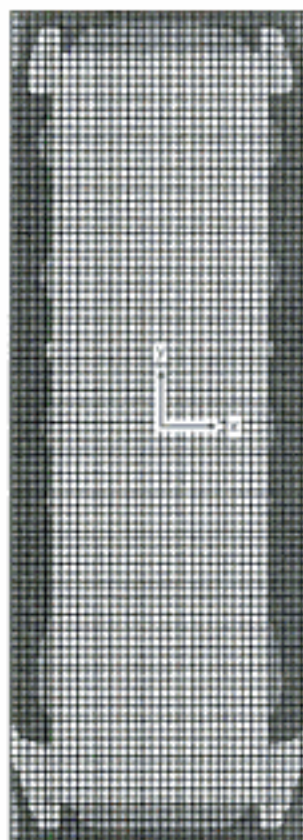


Figura 2.22 Esfuerzos en la losa inferior.

-0,45 0,00 0,45 0,90 1,35 1,80 2,25 2,70 3,15 E+6

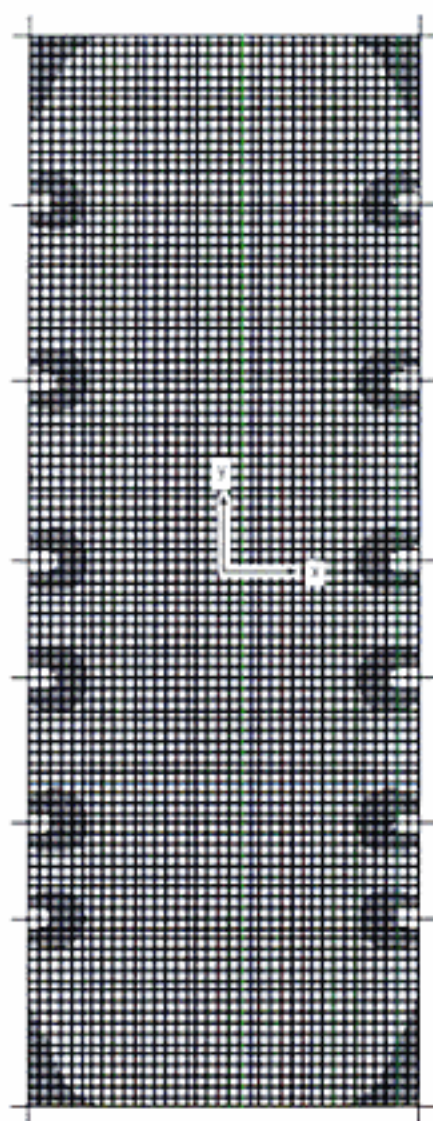
2.5.2.4 Calidad de los materiales

Hormigón: con resistencia a la compresión a los 28 días, $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$
Acero: límite de fluencia, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

2.5 Ejemplos de tridilosa modelada espacialmente

2.5.2.5 Análisis de resultados

Puede observarse que se generan los mayores esfuerzos en la zona de las esquinas y en la zona de columnas, motivo por el cual se decidió colocar capiteles alrededor de cada columna y en la zona de las esquinas, además de que dichos capiteles refuerzan significativamente la losa por punzonamiento (figura 2.22 losa inferior, figura 2.23 losa superior). Los esfuerzos de membrana que se generan en la losa son bastante menores que los esfuerzos resistentes del hormigón. Las vigas de borde se dimensionaron para garantizar poca deflexión de la losa en la zona de apoyo, y no se tuvieron problemas de resistencia. En las figuras 2.24 y 2.25 se presentan los diagramas de momentos de las vigas de borde en las direcciones (yy) y (xx) respectivamente.



-0,55 0,00 0,55 1,10 1,65 2,20 2,75 3,30 3,85 E+6

Figura 2.23 Esfuerzos en la losa superior.

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS Y MODELIZACIÓN DE LOSAS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

3.1	INTRODUCCIÓN	50
3.2	TEORÍA DE FUNCIONALES	50
3.3	EL FUNCIONAL DE ENERGÍA POTENCIAL	54
3.4	EL FUNCIONAL DE ENERGÍA COMPLEMENTARIA Y EL DE ENERGÍA COMPLEMENTARIA MODIFICADA	58
3.5	EL FUNCIONAL REISSNER	59
3.6	DESARROLLO DE ELEMENTOS FINITOS	66
3.7	COMPARACIÓN ENTRE EF PROPUESTOS PARA ANALIZAR LOSAS	72
3.8	MODELIZACIÓN DE LOSAS MEDIANTE EF	82

3.1 INTRODUCCIÓN

Existen diversos métodos de solución de ecuaciones diferenciales que permiten, por ejemplo, resolver los problemas de losas. Estos métodos son: el denominado analítico, el de diferencias finitas y el de los elementos finitos.

- El método analítico es una solución exacta difícil de plantear en losas de geometría complicada, por lo que para fines prácticos no es recomendable.
- El método de diferencias finitas es una solución aproximada que tiene como principio de solución representar las derivadas de la ecuación diferencial en diferencias finitas. Si se consideran las condiciones iniciales o de borde, será un proceso de solución convergente y aproximado a la solución exacta en función del número de diferencias considerado. Este procedimiento es anterior al de los elementos finitos y tiene la limitación de una mayor complejidad en el cumplimiento de las condiciones de contorno, por lo que en la práctica se emplea de forma poco habitual en comparación al de los elementos finitos.
- El método de elementos finitos es una solución aproximada mediante interpolación de funciones cuyo modelo matemático es la discretización o subdivisión de campos, y a cada campo se le denomina subcampo o elemento finito. Para la solución de la ecuación diferencial se identifica una expresión matemática equivalente y funciones de interpolación que la hacen estacionaria. La expresión matemática equivalente a las ecuaciones diferenciales se denomina principio variacional o funcional. La discretización en elementos finitos será un proceso convergente a la solución exacta si se cumplen requisitos de consistencia y de continuidad indicados posteriormente.

3.2 TEORÍA DE FUNCIONALES

Las ecuaciones que satisfacen un grupo de ecuaciones diferenciales pueden, en muchos casos, identificarse con aquellas que hacen estacionaria una cierta expresión matemática conocida como *funcional* o *principio variacional* (Krasnov 1976). Así, por ejemplo, la función $u(x)$ que satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) + p = 0, \quad u(0) = u(L) = 0, \quad (3.1)$$

es aquella que hace mínima la integral:

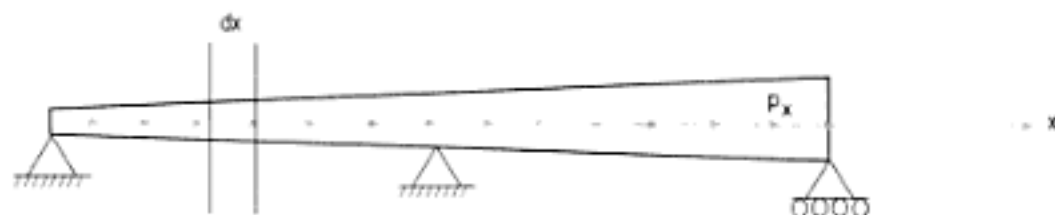
$$I(u) = \int_0^L \left[\frac{1}{2} EA \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + pu \right] dx, \quad u(0) = u(L) = 0, \quad (3.2)$$

donde $I(u)$ es el denominado funcional asociado a la ecuación (3.1). La ecuación (3.1) se puede obtener considerando el equilibrio en un elemento diferencial tal como el mostrado en la figura 3.1. Considerando el equilibrio de fuerzas en el sentido longitudinal se tiene

$$\sigma_x A = p dx + \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} dx \right). \quad (3.3)$$

Simplificando términos de segundo orden, esta ecuación se transforma en

$$p + \sigma_x \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = p + \frac{\partial A \sigma_x}{\partial x} = 0. \quad (3.4)$$



3.2 Teoría de funcionales

Figura 3.1 Barra sometida a una fuerza variable en su longitud.

La relación tensión-deformación o del material permite escribir

$$p + \frac{\partial EA \varepsilon_x}{\partial x} = 0 \quad (3.5)$$

y, finalmente, considerando la ecuación de la compatibilidad ($\varepsilon_x = \partial u / \partial x$) se obtendría la ecuación diferencial (3.1) que gobierna el análisis estructural de barras sometidas a cargas en su eje longitudinal.

La integral en el funcional representado en (3.2) es, en general, de la forma:

$$I(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}) d\Omega, \quad (3.6)$$

donde F es una función real conocida de argumentos vectoriales $\mathbf{x}$, $\mathbf{u}$, $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}$. El funcional I está definido por una integral cuyo valor depende, claramente, de las funciones $\mathbf{u}$ consideradas.

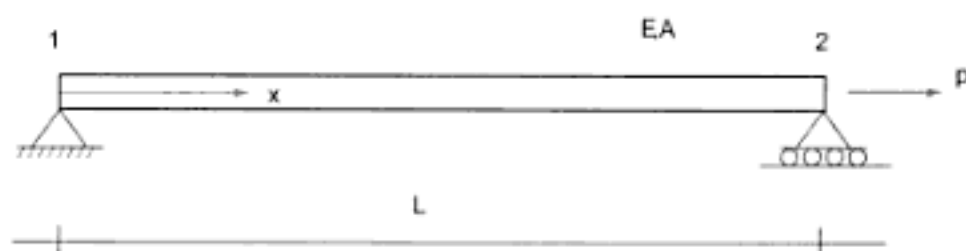
En general, es relativamente simple determinar las ecuaciones diferenciales a las que es equivalente un principio variacional, pues basta con emplear las condiciones de Euler-Lagrange. Sin embargo, lo inverso no siempre es posible y, en general, es un proceso más laborioso.

En el caso de que un principio variacional apropiado sea conocido, el problema de resolver un grupo de ecuaciones diferenciales puede formularse alternatively, como el de determinar las funciones que hacen estacionario (frecuentemente mínimo) el funcional. Dicha minimización puede plantearse empleando un procedimiento tipo Rayleigh-Ritz. Para ello las funciones incógnitas son representadas por funciones de interpolación conocidas, multiplicadas por parámetros indeterminados. Con ello el problema original de determinar una o más funciones que hacen estacionario al funcional se reduce al de determinar los parámetros que hacen estacionaria la integral.

Nótese, sin embargo, que la solución así obtenida no es la solución exacta de las ecuaciones diferenciales, aunque estas se cumplirán en un sentido global.

Como ejemplo de este procedimiento considérese una barra tal como la mostrada en la figura 3.2. Por simplicidad, la barra es de sección constante y está sometida a una carga puntual en su extremo 2. Tal como se ha presentado, este problema de análisis estructural se puede plantear como el de minimizar el funcional en (3.2) a partir de asumir una función $u(x)$ que cumpla las condiciones de contorno. Una función que cumple estas condiciones podría ser simplemente

$$u(x) = a \frac{x}{L}, \quad (3.7)$$

Figura 3.2 Ejemplo de aplicación del procedimiento de Rayleigh-Ritz.

donde a es un parámetro indeterminado. Reemplazando (3.7) en (3.2) se obtiene

$$I(u) = \int_0^L \left[\frac{1}{2} EA \left(\frac{a}{L} \right)^2 - p a \frac{x}{L} \right] dx. \quad (3.8)$$

Considerando que p es sólo una carga puntual en el extremo de la barra, esta integral se transforma en

$$I(u) = \frac{1}{2} EA \frac{a^2}{L} - p a. \quad (3.9)$$

Minimizando esta expresión con respecto al parámetro incógnita a , se obtiene

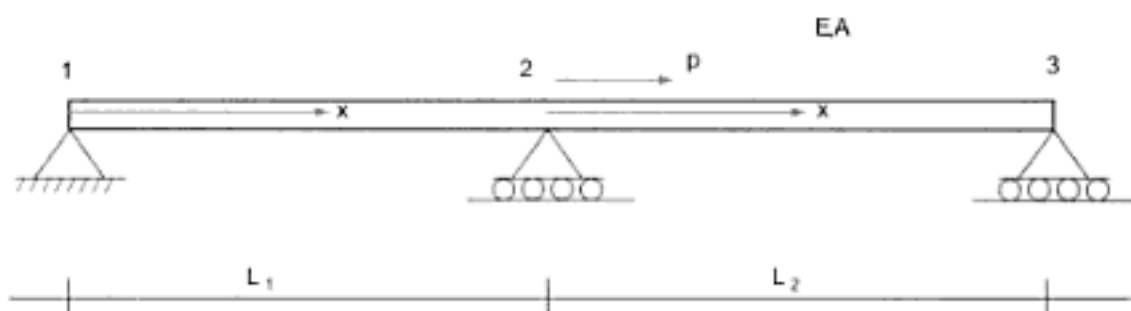
$$EA \frac{a}{L} - p = 0, \quad (3.10)$$

o

$$a = \frac{pL}{EA}. \quad (3.11)$$

Nótese que la solución aproximada en (3.11) coincide, en este caso, con la solución exacta ($\delta = pL/EA$). Este es el caso dado que la función de aproximación planteada en (3.7) es la exacta.

El procedimiento de Rayleigh-Ritz es simple pero difícil de emplear en situaciones con condiciones de contorno distintas, como es el caso de tener tres o más apoyos. Un procedimiento más eficiente para dicho objetivo es dividir la barra en "elementos finitos" (EF) y plantear las aproximaciones a nivel local. De esta forma las condiciones de contorno se cumplen de manera natural. Considérese, por ejemplo, la barra mostrada en la figura 3.3, de sección constante y sometida a una carga en un punto a una distancia L_1 de su nudo 1.

**Figura 3.3** Ejemplo de aplicación del procedimiento de EF.

En general, para un procedimiento tipo elementos finitos y para barras, las funciones de aproximación o de interpolación para un elemento de dos nudos y longitud L_1 son

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \frac{x}{L_1} \\ N_2 &= \frac{x}{L_1}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

donde x es una coordenada local con origen en el nudo 1. Una función incógnita se representa en EF como

$$f(x) = N_1 f_1 + N_2 f_2, \quad (3.13)$$

donde f_1, f_2 son los valores de la función f en los nudos 1 y 2, tal como se puede observar al reemplazar $x = 0$ y $x = L_1$, respectivamente. De esta forma para el elemento finito 1, se tendría

$$u(x) = N_1 u_1 + N_2 u_2. \quad (3.14)$$

La condición de contorno $u_1 = 0$ se cumple de forma natural simplificando la ecuación (3.14). Reemplazando esta ecuación en (3.2) y considerando la contribución del elemento finito 2, se procedería de forma similar a las ecuaciones (3.8)-(3.11). Finalmente, se obtendría una solución, en este caso exacta, para el desplazamiento en el nudo intermedio. La determinación de las tensiones o deformaciones sería a partir de la solución en desplazamientos y empleando las ecuaciones de compatibilidad y de tensión-deformación. Obsérvese, por tanto, que las funciones lineales empleadas para aproximar los desplazamientos (3.14) deberán derivarse para representar deformaciones ($\varepsilon_x = \partial u / \partial x$) y por ello la variación de las tensiones a lo largo del elemento finito será de un orden inferior. Esta observación no tiene mayor repercusión en este ejemplo, dado que la carga externa es puntual y la sección es constante, por lo que las tensiones son constantes a lo largo de cada elemento. Sin embargo, en problemas de mayor complejidad nos permite apreciar que las tensiones, variables de mayor interés práctico en comparación a los desplazamientos, tienen un orden de aproximación inferior a los mismos. Esta es una desventaja que puede ser superada, aunque la mayoría de elementos finitos disponibles la tienen.

También se puede observar que, en general, si se emplean “n” parámetros indeterminados la solución se obtendrá al resolver un sistema lineal de $(n \times n)$ ecuaciones.

En secciones previas se han presentado las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento de las placas delgadas y gruesas. De manera similar a todo problema de elasticidad, las ecuaciones se dividen en:

- Ecuaciones del equilibrio
- Ecuaciones de la compatibilidad
- Leyes esfuerzo-deformación o de los materiales.

La solución de estas ecuaciones diferenciales puede obtenerse planteando aproximaciones para las funciones incógnitas de tal manera que cumplan alguna de estas ecuaciones y utilizar un principio variacional para las restantes. Por ejemplo, el funcional de energía potencial, que es equivalente a las ecuaciones del equilibrio, puede utilizarse planteando aproximaciones para los desplazamientos que cumplan directamente las ecuaciones de la compatibilidad y las leyes

En el contorno:

$$\begin{aligned}
 \eta_x \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial u}{\partial x}} + \eta_y \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial u}{\partial y}} + \eta_z \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial u}{\partial z}} + \frac{\partial G}{\partial u} &= 0 \\
 \eta_x \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial v}{\partial x}} + \eta_y \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial v}{\partial y}} + \eta_z \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial v}{\partial z}} + \frac{\partial G}{\partial v} &= 0 \\
 \eta_x \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial w}{\partial x}} + \eta_y \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial w}{\partial y}} + \eta_z \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial w}{\partial z}} + \frac{\partial G}{\partial w} &= 0.
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Donde F es la función que define al funcional en el dominio (V), G la función que lo define en el contorno (S_σ) y η es el vector normal al borde con componentes $(\eta_x \ \eta_y \ \eta_z)$. Al emplear estas expresiones en (3.15), y teniendo en cuenta las condiciones de compatibilidad y las leyes del material, se obtienen las ecuaciones del equilibrio en el interior y en el contorno donde los esfuerzos están prescritos:

En el volumen:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + b_x &= 0 \\
 \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + b_y &= 0 \\
 \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + b_z &= 0.
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

En el contorno:

$$\eta \sigma + \bar{T} = 0.$$

Queda, por tanto, reflejada la equivalencia entre la expresión (3.15) y las ecuaciones diferenciales del equilibrio de sólidos.

Para minimizar esta expresión empleando el procedimiento de Rayleigh-Ritz los desplazamientos $(u \ v \ w)$, en todo el dominio, se representan por un sumatorio de funciones conocidas $N_i(x)$, multiplicadas por parámetros indeterminados $(c_i \ d_i \ e_i)$ tales como:

$$\begin{aligned}
 u &= \sum N_i(x) c_i \\
 v &= \sum N_i(x) d_i \\
 w &= \sum N_i(x) e_i
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

o en notación matricial:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{a}. \tag{3.26}$$

CAPÍTULO 7

PROYECTOS Y REALIZACIONES

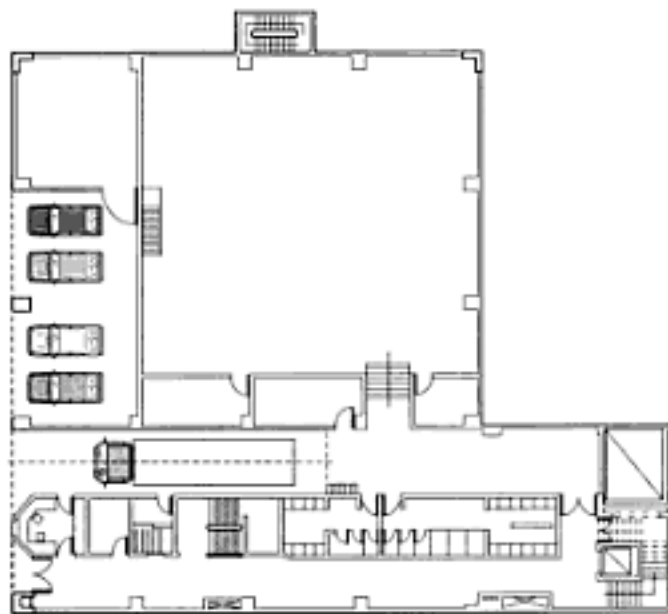
7.1	INTRODUCCIÓN	158
7.2	PROYECTO SET DE GRABACIÓN (AMÉRICA TELEVISIÓN) ..	158
7.3	FÁBRICA UNIVERSAL TEXTIL	166
7.4	TECHO DE NAVE INDUSTRIAL	174
7.5	FÁBRICA KNITEX	176
7.6	PLANTA INDUSTRIAL COFACO	178
7.7	COBERTURAS POLIGONALES	179
7.8	COBERTURAS ESFÉRICAS	181
7.9	EDIFICIO INDUSTRIAL EN DIENTE DE SIERRA	183
7.10	FÁBRICA MUSIRIS	184
7.11	APLICACIONES EN EDIFICIOS DE VARIOS PISOS	187
7.12	COBERTURA DE GRANDES LUCES - HANGARES	188
7.13	APLICACIONES DE EEM EN PUENTES	197
7.14	LOSA RETICULAR MIXTA POSTENSADA	202
7.15	IGLESIA DE "LA ALEGRÍA" EN SAN BORJA, LIMA	203
7.16	EDIFICIO DE 5 PLANTAS CON DISIPADORES SL.....	211

7.2.1 Características del proyecto

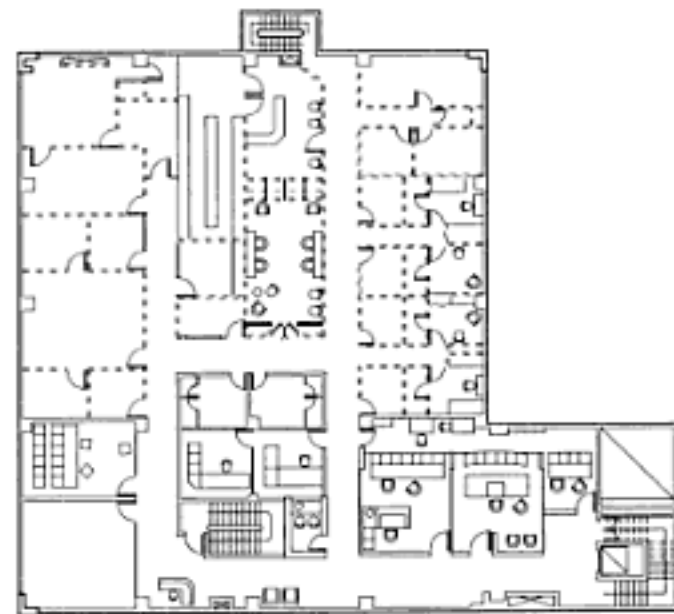
El nuevo set de grabaciones de teleseries, se encuentra ubicado en la ciudad de Lima, y se ha construido sobre una área de terreno de 850 m². El edificio tiene dos bloques integrados. El bloque principal se extiende en un área de 750 m² (30 × 25 m) y el secundario de 100 m² (10 × 10 m). El edificio principal tiene 4 niveles (ver figura 7.1) con alturas de entrepiso diferentes en función del uso y en los cuales se han desarrollado todos los ambientes necesarios para la producción. La comunicación se ha resuelto mediante dos sistemas de circulación vertical de escaleras, ascensores y montacargas y horizontal de pasadizos.

- En el primer nivel, se encuentra los estacionamientos, vigilancia, carpintería y servicios.

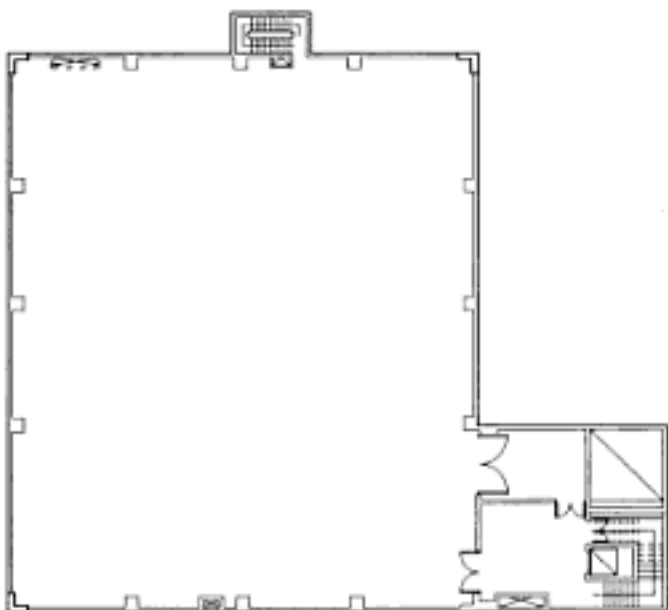
7.2 Proyecto set de grabación (América Televisión)



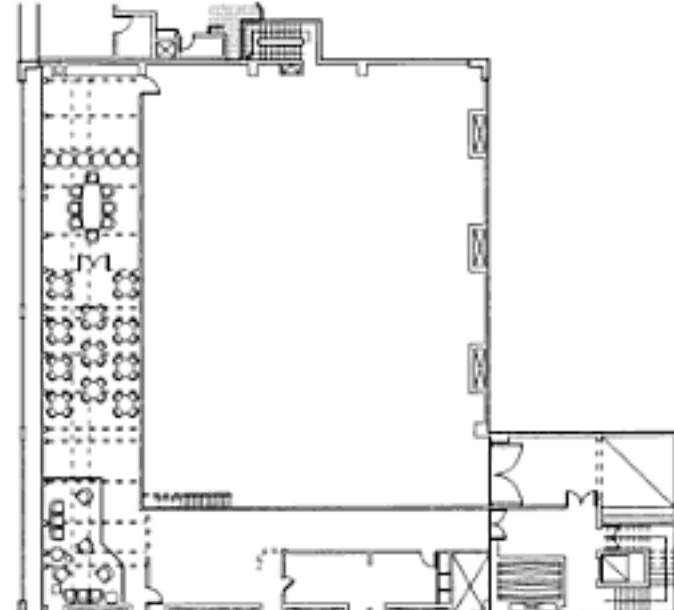
PLANTA PRIMER PISO



PLANTA SEGUNDO PISO



PLANTA TERCER PISO



PLANTA CUARTO PISO

Figura 7.1 Planta arquitectónica del proyecto.

Miguel Bozzo Ch. nació en Lima en 1920. Cursó sus estudios superiores en la Escuela Nacional de Ingenieros (actual Universidad Nacional de Ingeniería) entre 1942 y 1947. Es Magíster en estructuras, Decano de Ingeniería de la Facultad de Civiles en la UNI y Profesor Emérito de diversas universidades tales como la propia UNI y la Pedro Ruiz Gallo de Chiclayo. Ha sido condecorado con la Medalla de Honor al Mérito Profesional del Colegio de Ingenieros Civiles, con el III Trofeo Internacional de la Construcción y con la Medalla Eduardo de Habich al empresario del siglo, entre otras muchas distinciones. Su labor universitaria es continua en distintas Escuelas, particularmente la de Civiles y la de Arquitectura, en asignaturas relacionadas con las estructuras y su proyecto arquitectónico. Ha realizado más de 4000 proyectos, entre los que destacan el Estadio Nacional de Lima o el Estadio Goyeneche en Cuzco, así como diversos edificios de la ciudad de Lima. En los últimos 30 años su labor profesional se centra en las losas reticulares mixtas y su proyecto arquitectónico. Ha construido varios centenares de edificios con este tipo de losa.

Luis Bozzo R. nació en Lima en 1961. Cursó sus estudios superiores en la Universidad Nacional de Ingeniería, donde obtuvo las calificaciones más altas de su promoción. En 1991 se graduó como Master y Doctor por la Universidad de California en Berkeley. Es autor de más de 50 artículos publicados en revistas internacionales y de diversos libros de divulgación internacional. Su investigación se centra en el diseño sismorresistente, en el pretensado de grandes luces y, últimamente, en las losas ortotrópicas semi-prefabricadas y disipadores de energía. Ha realizado varios centenares de proyectos, entre los que destacan el edificio "Puerta de Hierro" en Guadalajara, México, el primer edificio con disipadores de energía SL de la ciudad de Lima y la idea original y proyecto básico con losa reticular mixta para el edificio FORUM 2004 de Barcelona.



ISBN 84-291-2014-9



7.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan ejemplos proyectados, analizados o construidos por los autores empleando el sistema de losas reticulares mixtas. La EEM ha sido aplicada en el Perú durante más de tres décadas, y existen en la actualidad más de 500 obras construidas con este sistema, todas ellas en perfecto funcionamiento. Con este sistema se han construido edificios industriales, edificios de servicios, iglesias y hangares, principalmente en el Perú, y adicionalmente en México, Arabia Saudita y, recientemente, en España. En este capítulo se dan lineamientos sobre la estructuración de diversos proyectos junto con resultados específicos del análisis realizado. Entre los proyectos en Perú destacan: (1) Edificios destinados para producciones y grabaciones de América Televisión, canal 4, ubicado en Santa Beatriz (Lima) con un área libre sin pilares intermedios y por planta de $30 \times 25 \text{ m}^2$; (2) Nave Industrial de la fábrica Universal Textil con un área de $35 \times 70 \text{ m}^2$ cuyos elementos resistentes son únicamente 4 pilares centrales y elementos perimetrales; (3) Planta Industrial Knitex para confecciones textiles (4) Diversos hangares, entre los que se encuentra el más grande de la costa sudamericana del Pacífico y (5) La iglesia de La Alegría en Lima, que es la primera estructura proyectada en Sudamérica empleando disipadores de energía SL para cargas sísmicas. En México se ha proyectado recientemente una losa reticular mixta postensada de $30 \times 100 \text{ m}$, apoyada en el perímetro y sin juntas de dilatación, cuyos planos se incluyen en este capítulo. En España se está construyendo actualmente, por primera vez con este sistema, un auditorio para el FORUM 2004 con una malla espacial ortogonal. Este proyecto se ha comentado en el capítulo 5, referente a mallas generalizadas o no necesariamente formadas por pirámides de base cuadrada, empleando el espacio interior de la malla.

La EEM se ha empleado en distintas tipologías, como diafragmas planos de varios pisos rigidizados con una losa superior y/o inferior de hormigón, así como cobertura de techos de sección variables con sobrecarga y sin ella, arcos e incluso cúpulas. Está claramente probada no solamente su durabilidad así como su función acústica, térmica y estética; sino también su gran rigidez como diafragma en grandes luces con una o doble losa, así como su ahorro en materiales, y por consiguiente, su menor coste, en particular para luces importantes.

7.2 PROYECTO SET DE GRABACIÓN (AMÉRICA TELEVISIÓN)

La empresa de radio y televisión “América Televisión” era una de las pocas que no había incursionado en la producción de series de novelas, pese a ocupar, en 1998, el primer lugar en la programación nacional. Por ello sus directivos se abocaron a la proyección de una infraestructura que contara con los elementos necesarios para la producción de teleseries. Para un edificio destinado a fines culturales, educativos y producción de teleseries, son necesarios grandes espacios abiertos, flexibilidad en la ubicación de pilares, economía y rapidez en la ejecución. Empleando las soluciones de sistemas estructurales convencionales, como estructuras de acero, vigas pretensadas, placas alveolares prefabricadas u otros, es difícil cubrir el espacio de forma económica y ubicando pilares en planta de forma libre. Una solución alternativa técnicamente viable para este proyecto son las losas y jácenas postensadas. Sin embargo su peso propio y las cargas sísmicas serían más del doble que en la solución adoptada, además del coste en el Perú de los aceros de alta resistencia.